Modüler Matematik ve Takvime Uygulamaları

Mahmut KUZUCUOĞLU

Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Matematik Bölümü

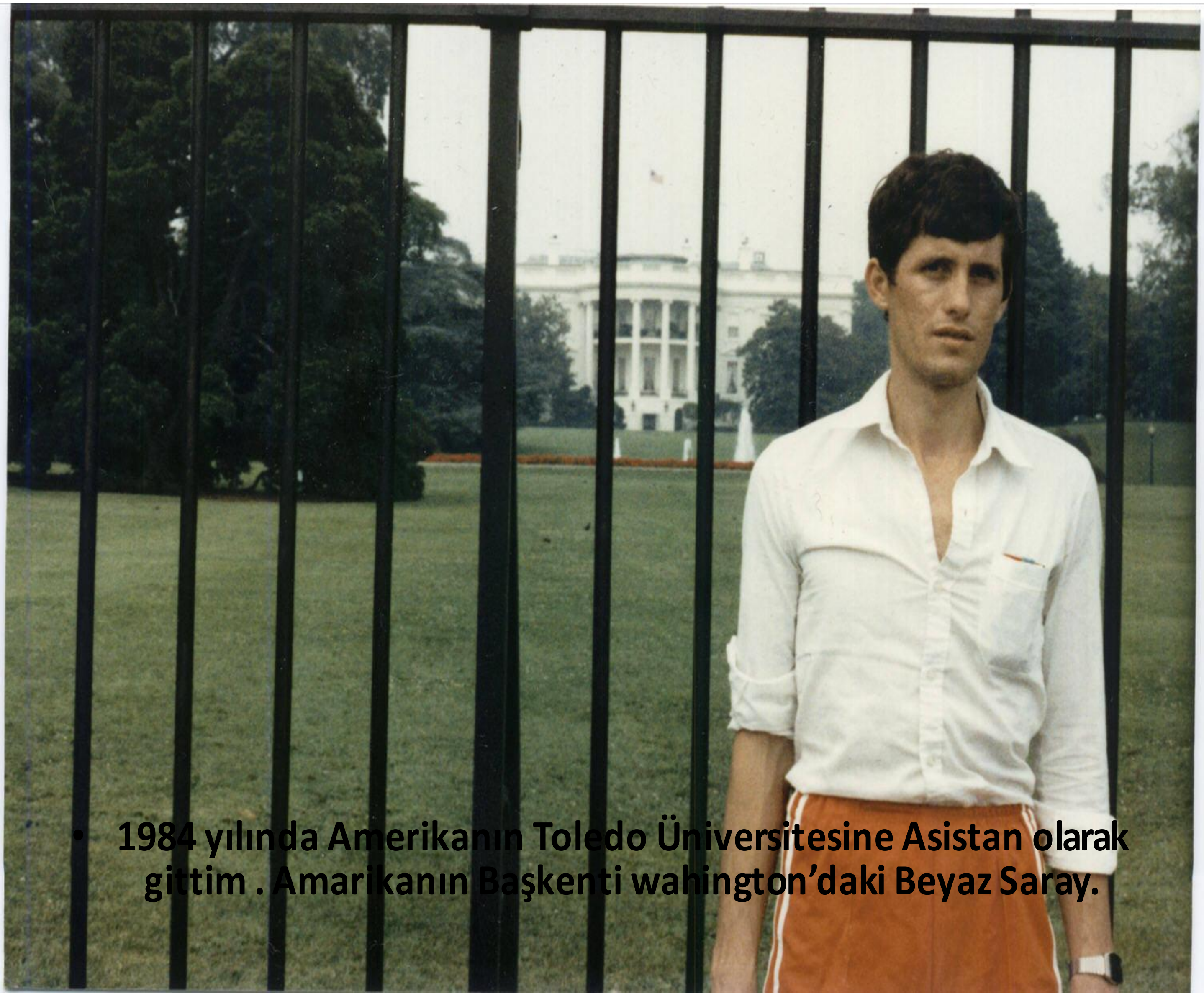
Ankara

matmah@metu.edu.tr

İlkyar-2012

27- Haziran 2012

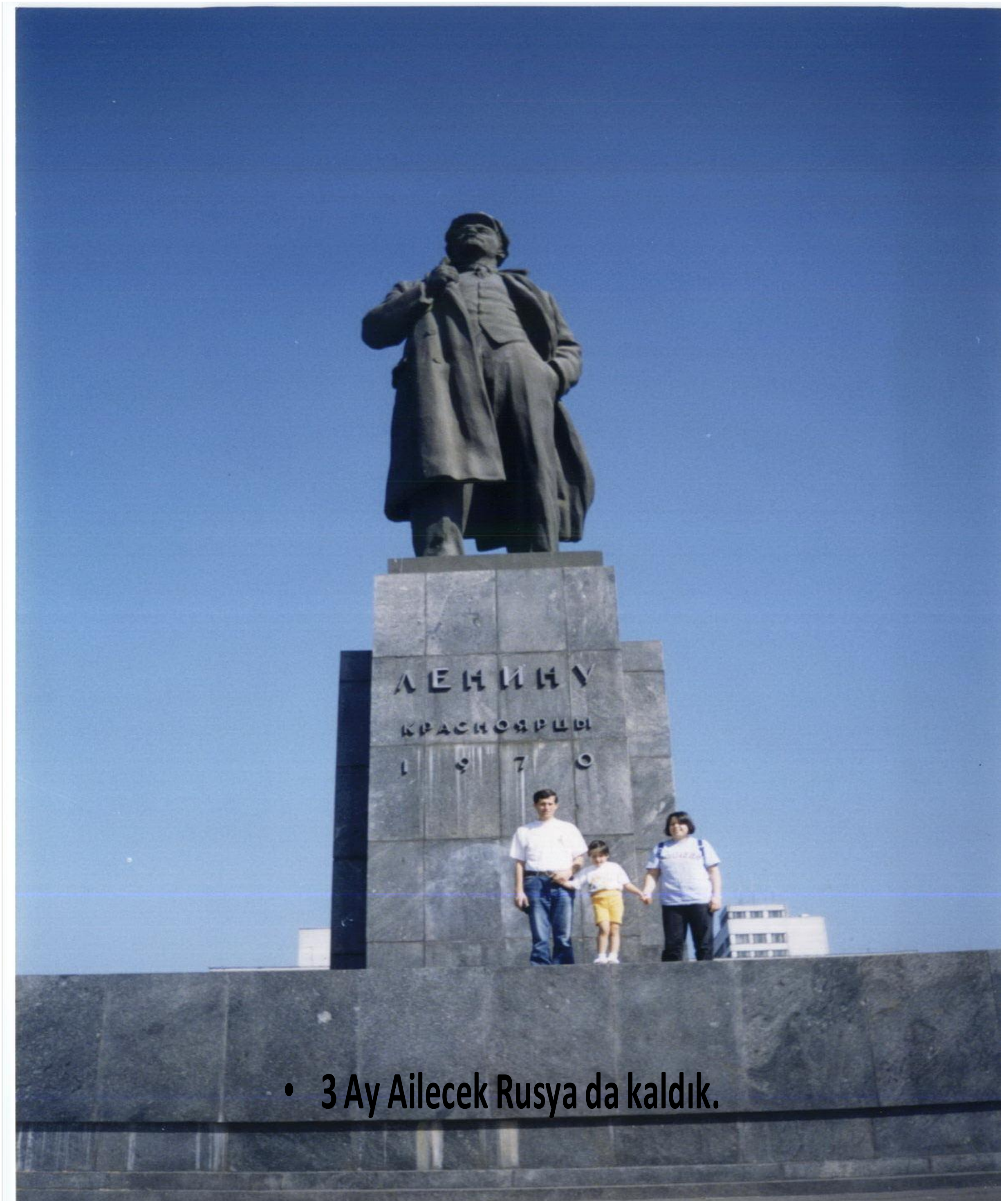
- **Denizli'nin Çal Ortaköy köyünde bu evde doğdum.**



- 1984 yılında Amerikanın Toledo Üniversitesine Asistan olarak gittim . Amarikanın Başkenti wahington'daki Beyaz Saray.

- **1985 yılında Manchester Üniversitesinde bu binada doktora yapmaya başladım.**

Mathematics Building, Manchester University M.0252



- 3 Ay Ailecek Rusya da kaldık.

ALMANYA OBERWOLFACH MATEMATİK ENSTİTÜSÜ

ISCHIA GROUP THEORY 2012

GRAND HOTEL DELLE TERME
RE FERDINANDO

ISCHIA (NAPLES, ITALY)

MARCH, 26th – 29th

Modüler Matematik ve Takvime Uygulamaları

Mahmut KUZUCUOĞLU
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Matematik Bölümü
Ankara
matmah@metu.edu.tr

İlkyar-2012

27- Haziran 2012

Neler Öğreneceğiz

Şu sorulara cevap bulacağız.

Cumhuriyet hangi gün ilan edilmiştir?

Şu sorulara cevap bulacağız.

Cumhuriyet hangi gün ilan edilmiştir?

Atatürk Samsun'a hangi gün çıkmıştır?

Şu sorulara cevap bulacağız.

Cumhuriyet hangi gün ilan edilmiştir?

Atatürk Samsun'a hangi gün çıkmıştır?

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

Şu sorulara cevap bulacağız.

Cumhuriyet hangi gün ilan edilmiştir?

Atatürk Samsun'a hangi gün çıkmıştır?

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

Acaba ben hangi gün doğdum ?

Şu sorulara cevap bulacağız.

Cumhuriyet hangi gün ilan edilmiştir?

Atatürk Samsun'a hangi gün çıkmıştır?

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

Acaba ben hangi gün doğdum ?

Acaba annem ve babam hangi gün doğdular?

Tamsayılar

Şimdi bu sorulara cevap vermek için hazırlıklara başlayalım.
İlk önce

Tamsayılar

Şimdi bu sorulara cevap vermek için hazırlıklara başlayalım.
İlk önce

Modüler Matematiği
daha sonra

Tamsayılar

Şimdi bu sorulara cevap vermek için hazırlıklara başlayalım.
İlk önce

Modüler Matematiği
daha sonra

Tam değer fonksiyonlarını inceleyeceğiz.

Modüler Matematik

Modüler matematiği saatlerde otomatik olarak kullanıyoruz.

1 günün 24 saat olduğunu biliyoruz.

Her yeni güne tekrar saatleri baştan başlatarak saat 1 veya saat 2 şeklinde devam ediyoruz.

Resmi bütün saatleri bu şekilde söyleriz.

Haberler, uçak saatleri ve otobüs saatlerini karışıklık olmaması için 24 saat dilimine göre yazarız.

Modüler Matematik

Ancak evlerimizdeki duvar saatleri ve bazı kol saatleri 12 eş parçaya ayrılmıştır.

Örneğin öğleyin saat 12 den sonra gelen ilk saate tekrar saat 1 diyoruz.

12'den sonra gelen saatleri tekrar 1,2,3, ... 12 diye saymaya devam ederiz.

Çoğumuz burada saat 13'ü pek kullanmayız.

Modüler Matematik

1 hafta 7 gündür.

Dolayasıyla her Pazartesi'ye o haftanın ilk günü olarak bakarız.

Haftanın ilk günü olarak bakıldığında kaçıncı hafta olmasının bir önemi yoktur sadece haftanın ilk günü olmasına bakarız.

Tamsayılar

Örnek 1

Tamsayıları ortak elemanı olmayan iki kümeye ayırmak istersek aklımıza ilk olarak hangi kümeler gelir?

Tamsayılar

Örnek 1

Tamsayıları ortak elemanı olmayan iki kümeye ayırmak istersek aklımıza ilk olarak hangi kümeler gelir?

Tek sayılar kümesi $T = \{\ldots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}$

ve

Çift sayılar kümesi $E = \{\ldots -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots\}$

Tamsayılar

Örnek 1

Tamsayıları ortak elemanı olmayan iki kümeye ayırmak istersek aklımıza ilk olarak hangi kümeler gelir?

Tek sayılar kümesi $T = \{\ldots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \ldots\}$

ve

Çift sayılar kümesi $E = \{\ldots -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \ldots\}$

Burada

$$\mathbf{Z} = T \cup E$$

ve

$$T \cap E = \emptyset$$

olduğunu gözlemleyelim.

Tamsayılar

Matematikde sık sık verilen bir kümeyi ayrık olarak ve her kümedeki elemanlar ortak özellikler taşıyacak şekilde ayırmaya ihtiyaç duyarız.

Tamsayılar

Matematikde sık sık verilen bir kümeyi ayrık olarak ve her kümedeki elemanlar ortak özellikler taşıyacak şekilde ayırmaya ihtiyaç duyarız.

Örnek 2

Tamsayılar kümesi $\mathbf{Z}$ üzerinde
A ile 3 ile bölünebilen sayıların kümesini

B ile 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veren sayıların kümesini

C ile de 3 ile bölündüğünde 2 kalanını veren sayıların kümesini gösterirsek

bunları küme şeklinde yazılımları şöyledir.

Modüler Matematik

$$A = \{3n \quad | \quad n \in \mathbf{Z}\}$$

$$B = \{3n + 1 | n \in \mathbf{Z}\}$$

$$C = \{3n + 2 | n \in \mathbf{Z}\}$$

olur ve

$$\mathbf{Z} = A \cup B \cup C$$

şeklinde yazabiliriz ve

$$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset, B \cap C = \emptyset$$

olur.

Tamsayılar

Örnek 3 *İnsanları boylarına göre, aynı boyda olanları bir kümeye koyarak ayrık kümelere ayırabiliriz. Dolayasıyla aynı kümedeki insanların boyları birbirine eşittir.*

Burada insanları boyları önemlidir, renkleri, dinleri, ülkeleri farklı olabilir bizim için önemli olan boylarının uzunluğudur.

Tamsayılar

Örnek 5 *İnsanları boylarına göre, aynı boyda olanları bir kümeye koyarak ayrık kümelere ayırabiliriz.*
Dolayasıyla aynı kümedeki insanların boyları birbirine eşittir.

Burada insanları boyları önemlidir, renkleri, dinleri, ülkeleri farklı olabilir bizim için önemli olan boylarının uzunluğudur.

Örnek 6 *İnsanları yaşlarına göre kümelere ayırabiliriz. Yukarıda olduğu gibi buradada aynı kümedeki insanların yaşları eşittir. Diğer farklılıklar göz önüne alınmaz.*

Tamsayılar

Tamsayıları ayrık kümelere ayırma işleminin en kolay yollarından biri modüler matematik kullanmaktır. İleride göreceğimiz üzere bu ayrık kümeler üzerinde işlemler yapabiliriz.

Tamsayılar

Tamsayıları ayrık kümelere ayırma işleminin en kolay yollarından biri modüler matematik kullanmaktır. İleride göreceğimiz üzere bu ayrık kümeler üzerinde işlemler yapabiliriz.

Şimdi bunu nasıl yapacağımızı inceleyelim

Modüler Matematik

Bu işlemleri iki tam sayıyı birbiri ile ilişkilendirilmesi ile oluşturabiliriz. Şöyle ki:

a ve b iki tamsayı olsun bu iki sayı birbirine modulo n'ye göre denktir diyeceğiz ancak ve ancak n sayısı $a - b$'yi bölerse.

Bunu sembol olarak $n|a - b$ ile de gösterebiliriz.

Modüler Matematik

Tekrar saat sistemine bakarsak bu tanıma göre biz saatleri $(\mod 12)$ ye göre konuşuyoruz.

Çünkü $13 \equiv 1 \pmod{12}$

Şayet resmi saat dilimini kullanırsak o zaman saatleri $(\mod 24)$ e göre yaparız.

Modüler Matematik

İki sayı arasındaki ilişkiyi yukarıdaki gibi vermemize rağmen biz genellikle verilen bir m sayısını $\pmod{n}$ ye göre yazdığımızda m'nin n'ye bölümünden kalan artan sayıyı yazarız.

Bu da bizim yukarıda tanımladığımız $\pmod{n}$ tanımına uyar ve daha yaygın ve standard halini yazmış oluruz.

Modüler Matematik

Modüler matematiği m nin n ye bölümünden kalanlara bakmak olarak da düşünebiliriz.

Modüler Matematik

Buradan verilen her tamsayı m ve verilen n tamsayısı için $m = kn + r$ olacak şekilde yazabiliriz.
Bu yazımı

$$m \equiv r \pmod{n}$$

olarak göstereceğiz.

Modüler Matematik

Örnek 7 9 *ve* $1 \pmod 2$ *ye göre denktir. Çünkü 2 sayısı* 8*'i böler.*

Örnek 8 *Verilen iki tek sayı modulo* 2 *'ye göre denktirler. Çünkü iki tek sayının farkı her zaman çift sayıdır.*

$a = 15$ *tek sayı* $b = 7$ *tek sayı* $a - b = 15 - 7 = 8$ *çift sayıdır, ve çift sayılar* 2*'ye bölünür. Bunu* $15 \equiv 7$ *ve* $7 \equiv 1$ *olarak da görebiliriz.*

Verilen her tek sayı $\pmod 2$ ye göre 1'e denktir.

Modüler Matematik

Örnek 9 9 *ve* $1 \pmod 2$ *ye göre denktir. Çünkü 2 sayısı* 8*'i böler.*

Örnek 10 *Verilen iki tek sayı modulo* 2 *'ye göre denktirler. Çünkü iki tek sayının farkı her zaman çift sayıdır.*

$a = 15$ *tek sayı* $b = 7$ *tek sayı* $a - b = 15 - 7 = 8$ *çift sayıdır, ve çift sayılar* 2*'ye bölünür. Bunu* $15 \equiv 7$ *ve* $7 \equiv 1$ *olarak da görebiliriz.*

Verilen her tek sayı $\pmod 2$ ye göre 1'e denktir.

Modüler Matematik

Dikkat edilecek olursa burada daha önce tamsayıları iki ayrık kümeye ayırma işlemini yapmış oluyoruz. Çünkü her tek sayı $(\mod 2)$'ye göre 1 e denk ve her çift sayı $(\mod 2)$'ye göre 0'a denktir.

Dolayasıyla 1'e denk olan sayıları T kümesi ve 0 denk olan sayıları C kümesi şeklinde yazarsak ilk küme tek sayıları diğer küme de çift sayıları verir.

Modüler Matematik

Örnek 11 $n = 12$, $a = 37$ *olsun.*

Bu durumda $37 \equiv 1 \pmod{12}$ *dir. Çünkü* $12 | 36 = 37 - 1$ *dir.*

Modüler Matematik

Daha sayılar icat edilmeden önce çobanlar hayvanları otlatmaya giderken her koyun için kutuya bir taş atarmış.

Akşam geri geldiğinde her koyun için bir taşı dışarıya atarmış.

Eğer kutuda taş kalırsa demek ki koyunlardan taş sayısı kadar olanı kayıp.

Buradaki basit matematik sürüdeki koyunların sayısına n dersek koyunları mod n'ye göre saymaktır.

Modüler Matematik

Doğal sayılar üzerinde modüler matematik kullanarak toplama çıkarma ve çarpma işlemlerini yapabiliriz.
Bunu kümeler üzerinde işlem gibi düşünebiliriz.

Modüler Matematik

Toplama ve çarpma işlemlerinde kalanı bulmak için modüler matematiği kullanabiliriz.

Örnek 12

$$5 \equiv 2 \pmod 3$$

$$5^{24} \equiv 1 \pmod 3$$

Dikkat ederseniz 5^{24} oldukça büyük bir sayıdır ama sayının ne olduğuna bakılmaksızın 3'e bölümünden kalanı bulabiliriz.

Modüler Matematik

Örnek 13 $38 \equiv 14 \pmod{12}$

çünkü $38 - 14 = 24$, *bildiğiniz gibi 24 de 12'nin katıdır.*

Bu kurallar doğal olarak negatif tamsayılar için de doğrudur:

$$-8 \equiv 7 \pmod{5}$$

$$2 \equiv -3 \pmod{5}$$
$$-3 \equiv -8 \pmod{5}$$

Tam Değer

Şimdi yeni bir sembol $[|a|]$ tanıyalım.
Bu sembol içindeki sayının tam kısmını almak demektir.

Tam Değer

Şimdi yeni bir sembol $[|a|]$ tanıyalım.
Bu sembol içindeki sayının tam kısmını almak demektir.

Örnek 15

$$[|3,4|] = 3$$

$$[|123,9|] = 123$$

$$[|\frac{1}{2}|] = 0$$

II. Bölüm

Gün Ay ve Yıl

1 gün nasıl oluşur?

Gün Ay ve Yıl

1 gün nasıl oluşur?

1 ay nasıl oluşur?

Gün Ay ve Yıl

1 gün nasıl oluşur?

1 ay nasıl oluşur?

1 yıl nasıl oluşur?

Gün Ay ve Yıl

1 gün Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönmesi için geçen süredir.

Gün Ay ve Yıl

1 gün Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönmesi için geçen süredir.

1 ay Ay'ın Dünya etrafında tam olarak dönmesi için geçen süredir.

Gün Ay ve Yıl

1 gün Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönmesi için geçen süredir.

1 ay Ay'ın Dünya etrafında tam olarak dönmesi için geçen süredir.

1 yıl Dünya'nın Güneş'in etrafında bir tam dönüş yapması için geçen süredir.

Takvim

Bu konuşmada iki tür takvimden bahsedeceğiz.

Bunlardan birincisi Julius Caesar'dan gelen

Julian Takvimi

diğeri de Papa Gregory XIII'den gelen

Gregorian Takvimi.

Takvim

Bu takvimlerden Julian takvimi yaklaşık olarak 16 yüzyıl veya 1500'lü yılların ikinci yarısına kadar kullanılan takvimdir.

Neden iki takvimden bahsediyoruz, çünkü bunlardan birincisi yani Julian takviminde bir hata var.

Bu hata nereden kaynaklanmaktadır?

Takvim

Önce bir yıl ne demek hatırlayalım. 1 yıl Dünya'nın Güneş'in yörüngesinde bir tam dönüşü için geçen zamandır.

Takvim

Önce bir yıl ne demek hatırlayalım. 1 yıl Dünya'nın Güneş'in yörüngesinde bir tam dönüşü için geçen zamandır.

Julian takvimine göre bu süre

$$365 + \frac{1}{4} \text{ gün } = 365,25 \text{ gün} = 365 \text{ gün } 6 \text{ saat}$$

olarak hesaplanmıştır.

Yani her 4 yılda bir artan bir gün olacak.

Takvim

Önce bir yıl ne demek hatırlayalım. 1 yıl Dünya'nın Güneş'in yörüngesinde bir tam dönüşü için geçen zamandır.

Julian takvimine göre bu süre

$$365 + \frac{1}{4} \text{ gün } = 365,25 \text{ gün} = 365 \text{ gün } 6 \text{ saat}$$

olarak hesaplanmıştır.

Yani her 4 yılda bir artan bir gün olacak.

Türkiye'de de yaklaşık olarak bu süre bu şekilde bazı okullarda anlatılır.

Hata ne kadar

ancak kesin ölçüm $365,2422$ gündür.

Takvim

Hatanın miktarı

$$365,25 - 365,2422 = 0,0078 \text{ gündür.}$$

Yani her yıl $0,0078$ gün fazlalık vardır.

Takvim

Peki o zaman her yıl $0,0078$ gün hatalı ise (yani biz her yıl zamanı biraz fazla yazıyorsak) bu hatalı günlerin toplamı kaç yıl sonra 1 güne eşit olur.

Takvim

Yani

$$0,0078\ .\ X = 1$$

denkleminden

$$X = \frac{1}{0,0078} = 128,2051282 \text{ yılda bir gün.}$$

Şimdi şunu düşünelim biz acaba 1582 yılda kaç gün fazla saymış oluruz?

$$\text{Yani } [|1582 : 128|] = 12 \text{ gün.}$$

Dikkat edilirse burada tam değeri kullanıyoruz. Çünkü sonucu gün cinsinden soruluyor. Örneğin 12.3 gün diyemeyiz.

Takvim

Papa Gregory 1582 yılında günlerden 12 gün düşülmesini karar verdi ve birikmiş hataları düzeltti.

Takvim

Papa Gregory, (İtalya) hatanın düzeltilmesi için diğer Hıristiyan topluluklarına da öneride bulunmasına rağmen Hıristiyanlığın Katolik grubundan olduğu için Katolik dünyası bu emri hemen yerine getirmesine karşın diğer Hıristiyanlar örneğin Protestanlar hemen kabul etmemişlerdir.

Takvim

İngiltere Hıristiyanları Protestandırlar.
Roma Hıritiyanları Katoliktirler.

Takvim değişikliği önerisi Roma Hıristiyanlarından geldiği için İngilizler ve onların kolonileri bu yeni takvime geçişi 1752 yılına kadar kabul etmediler.

Ancak 1752 yılının Ocak ayında onlar da günleri geri alarak yeni takvim sistemine geçtiler.

Takvim

Diğer uluslarda zaman içinde yavaş yavaş yeni takvimi kabul ettiler.
Bunlardan Rusya 1918, Çin 1949 gibi.

Türkiye bu takvime 26 Aralık 1925'de Atatürk döneminde geçmiştir.

Hesaplamalar

Yapacağımız gün belirleme hesapları 1600 yılından sonrasına aittir. Bu hesaplama daha önceki yıllara ait gün belirlemede kullanılamaz.

Artık Yılların Hesaplanması

Bir yıl 365 tam gün ve 1 hafta 7 gün olduğuna göre

1 yılda kaç hafta vardır?

$$365 : 7 = 52 + \frac{1}{7} \text{ hafta.}$$

Tam değer olarak bakarsak 1 yılda 52 hafta vardır.

Demek ki bir yılda tam 52 hafta var ve 1 gün artar
$365 = 52.7 + 1$

Dolayasıyla

$$365 \equiv 1 \pmod 7$$

Takvim

Bu hesap bize her yıl bir önceki yıla göre günlerde 1 gün sonraya kayacağımızı gösterir.
Yani
25 Haziran 2012 Pazartesi günü
25 Haziran 2013 Salı günü olacak.

7 Ocak 2003 Salı günü
7 Ocak 2004 Çarşamba günü olacak.

Her yıl 1 gün kaydığına göre her 7 yıl sonunda hep aynı güne karşılık gelir yalnız burada artık yıllara dikkat etmemiz gerekir.

Takvim

4 yılda bir artık yıl olduğuna göre, artık yıllarda 366 gün vardır ve artık günü biz Şubat ayına ekleriz.

Bu durumda $366 = 52.7 + 2$ olduğundan $366 \equiv 2 \pmod 7$ olur ve artık yıllar bir önceki yıla göre 2 gün ileriye doğru kayar.

Yani artık yıl olan 2012 yılının Kasım 15 tarihi 2011 yılının Kasım 15'ine göre 2 gün kayar.

Hatırlanacağı üzere artık yıllarda Şubat ayı 29 gündür.

Artık Yılların Hesaplanması

Günleri ise yine kolaylık olması açısından

Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	C.tesi
0	1	2	3	4	5	6

şeklinde rakamlarla belirtelim.

Takvim

O zamanki Matematikçilerden Cristoppher Clavius 1582 yılından sonrası için artık yılların hesaplanması ve hata oluşmaması için bir öneride bulunmuştur ve dünyada Gregorian takvimini kabul edenler şimdi takvimlerini bu öneriye göre hazırlamaktadır.

Önce her 4 yılda bir artık gün olacağını hatırlayalım.

Yüzyıllar 100'e tam bölünebilen yıllardır.

Özel yüzyıllar da 400'e bölünebilen yıllardır.

Takvim

Örneğin 1600, 2000, 2400 yılları Özel yüzyıllar.

Ancak 1700, 1800, 1900 yüzyılları Özel yüzyıllar değildir (artık yüzyıllar değildir).

Artık Yılların Hesaplanması

Artık yıllar hep Şubat ayının sonunda eklendiği için biz hesaplamalarda kolaylık olsun diye yılların Şubat ayının sonunda bittiğini kabul edelim.

Bu kabule göre Y+1 yılının Mart, Nisan ayları 1. ve 2. Ocak Şubat ayları ise Y yılının 11 ve 12 aylarına karşılık gelmektedir.

Takvim

1600 yılının 1 Mart günü yani D_{1600} Çarşamba gününe karşılık gelmektedir.

Bu durumda

1601 yılının 1 Mart günü $D_{1600} + 1 \pmod 7$ Perşembe
1602 yılının 1 Mart günü $D_{1600} + 2 \pmod 7$ Cuma
1603 yılının 1 Mart günü $D_{1600} + 3 \pmod 7$ Cumartesi
1604 yılının 1 Mart günü $D_{1600} + 5 \pmod 7$ Pazartesi
günü olur.

Takvim

D_Y ile Y yılının 1 Mart'ının hangi gün olduğunu gösterelim.

$$D_Y \equiv D_{1600} + (Y - 1600) + L \pmod 7$$

burada L ile 1600 yılından Y yılına kadar geçen sürede 1 Mart 1600 ile 1 Mart Y yılı arasında artık yıllardan gelen günlerin sayısını gösterelim.

Modüler Matematik

Yani Y yılının 1 Mart gününü hesaplamak için gerekli formul

$$D_Y \equiv 3 + (Y - 1600) + L \pmod 7$$

olur.

Takvim

Şimdi L'yi hesaplamanın yollarını arayalım. Bunun için önce Cristoppher Clavius'un planını anlayalım.

Takvim

1600 ve Y yılları arasında kalan artık yıllardan kaynaklanan günlerin sayısı olan L'yi bulmak için.

(1) Her 4 yılda bir gün olan artık yılların sayısını bulalım ve yüzyıl yıllarının sayısını bulalım.

(2) Yüzyirmisekiz yıldan kaynaklanan hatanın düzeltilmesi için heryüzyıldan kaynaklanan fazlalık günleri çıkaralım

(3) kalan yıllar için de her 400 yılda 1 gün ekleyelim

Bu durumda L için şu formulü elde ederiz.

Takvim

$$L = [|\frac{Y-1600}{4}|] - [|\frac{Y-1600}{100}|] + [|\frac{Y-1600}{400}|]$$

Takvim

Bu arada n bir tamsayı olduğunda $[|x - n|] = [|x|] - n$ olduğunu gözlemleyelim.

4 ile bölünebilen yılların sayısı

$$[|\frac{Y - 1600}{4}|] = [|\frac{Y}{4} - 400|] = [|\frac{Y}{4}|] - 400$$

Özel yüzyılların sayısını bulmak

Şimdi yüzyılların sayısını bulalım.

$$[|\frac{Y-1600}{100}|] = [|\frac{Y}{100} - 16|] = [|\frac{Y}{100}|] - 16$$

Şimdi de Özel yüzyılların sayısını bulalım

$$[|\frac{Y-1600}{400}|] = [|\frac{Y}{400} - 4|] = [|\frac{Y}{400}|] - 4$$

Artık Yılların Hesaplanması

Bütün bunları birleştirirsek

$$L = ([|\frac{Y}{4}|] - 400) - ([|\frac{Y}{100} - 16|]) + ([|\frac{Y}{400} - 4|])$$

$$L = [|\frac{Y}{4}|] - [|\frac{Y}{100}|] + [|\frac{Y}{400}|] - 388$$

buluruz.
Şimdi Y yılının 1 Mart gününü hesaplamak için gerekli formüle geri dönersek şu çıkar.

$$D_Y \equiv 3 + (Y - 1600) + [|\frac{Y}{4}|] - [|\frac{Y}{100}|] + [|\frac{Y}{400}|] - 388 \pmod 7$$

olur.

Artık yıllardan gelen günlerin hesabı

Şimdi örnek olarak 1600 ve 1995 yılları arasındaki artık yıllardan meydana gelen günlerin sayısını gösteren L'yi hesaplayalım.

$$L = [|\frac{1995}{4}|] - [|\frac{1995}{100}|] + [|\frac{1995}{400}|] - 388$$
$$= 498 - 19 + 4 - 388 = 95$$

Artık Yılların Hesaplanması

1995 yılının 1 Mart günü

$$D_{1995} \equiv D_{1600} + (1995 - 1600) + 95 \pmod 7$$

$$D_{1995} \equiv 3 + 395 + 95 \pmod 7$$

$$D_{1995} \equiv 3 \pmod 7$$

Bu durumda 1 Mart 1995 Çarşamba gününe karşılık gelir.

Takvim

Bazı aylar 30 bazıları 31 ve Şubat 28 veya 29 gündür. Bu durumda 30 gün olan bir ay $30 \equiv 2 \pmod 7$'den 2 gün fazla verir. Yani o ay sonunda günler 2 gün kayar. Diğer aylarda benzer şekilde hesaplanır. Ard arda gelen aylarda bu kayma toplanarak yine $\pmod 7$'ye göre düzenlenir. Her ay için bu tablo şu şekildedir.

Takvim

Aylar	Kaç Gün		(mod 7)	
Mart	31	$\equiv$	3	0
Nisan	30	$\equiv$	2	3
Mayıs	31	$\equiv$	3	5
Haziran	30	$\equiv$	2	1
Temmuz	31	$\equiv$	3	3
Ağustos	31	$\equiv$	3	6
Eylül	30	$\equiv$	2	2
Ekim	31	$\equiv$	3	4
Kasım	30	$\equiv$	2	0
Aralık	31	$\equiv$	3	2
Ocak	31	$\equiv$	3	5
Şubat	28/29	$\equiv$	0-1	1

Takvim

Her yılın 1 Mart'ına karşılık gelen günü bulduğumuza göre şimdi herhangi bir Y yılının m ayının 1. gününe karşılık gelen günü bulalım.

Takvim

Bunun için kullanmamız gereken formul :

$$[(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod 7$$

Dolayasıyla Y yılının m ayının 1. gününü şu şekilde bulabiliriz.

$$D_Y + [(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod 7 \quad *$$

$$D_Y \equiv 3 + (Y - 1600) + L \pmod 7$$

D_Y'yi (*)'da yerine koyarsak Y yılının m ayının 1. günü

$$\equiv 3 + (Y - 1600) + L + [(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod 7$$

olur

Takvim

Örnek olarak şimdi 1923 yılının 1 Ekim tarihinin hangi güne karşılık geldiğini bulalım.

$$D_{1923} + [(2.6)8 - 0.2] - 2 \pmod 7$$

$= (3 + (1923 - 1600) + [|\frac{1923}{4}|] - [|\frac{1923}{100}|] + [|\frac{1923}{400}|] - 388) + [|(2.6)8 - 0.2|] - 2$
$\equiv 3 + 323 + 480 - 19 + 4 - 388 + 20 - 2 \equiv 421 \equiv 1 \pmod 7$
Pazartesi günü

Takvim

Son olarak aradığımız güne G dersek G'nin hangi güne karşılık geldiğini bulmak için çalışalım.
Mademki günleri $\pmod 7$'ye göre numaralandırdık ve Pazar 0'ıncı gün o zaman aradığımız gün d ise biz $d-1 \pmod 7$'ye göre bakarız. Bu da bize

$$G \equiv D_Y + (d-1) + [|(2.6)m - 0.2|] - 2 \pmod 7$$

eşitliğini verir.
Önce L'yi hatırlayalım.

$$L = [|\frac{Y}{4}|] - [|\frac{Y}{100}|] + [|\frac{Y}{400}|] - 388$$

ve bunu yukarıdaki formülde yerine koyarak aradığımız formülün

Takvim

Y yılının m'ninci ayının d'ninci gününün hangi güne karşılık geldiğini veren formül:

$$G \equiv 3+(Y-1600)+[|\frac{Y}{4}|]-[|\frac{Y}{100}|]+[|\frac{Y}{400}|]-388+d-1+[|(2.6)m-0.2|]-2 \pmod 7$$

olur.

Takvim

Şimdi en başta söz verdiğimiz tarihlerin hangi güne karşılık geldiğini bulabiliriz.

1 Aralık 1990 hangi güne karşılık gelir?
Aralık ayı tablodan 10'uncu ay
d-1=0

$$G \equiv 3+(1990-1600)+[|\frac{1990}{4}|]-[|\frac{1990}{100}|]+[|\frac{1990}{400}|]-388+0+[|(2.6)10-0.2|]-2 \pmod 7$$

eşitliğinden

$$G \equiv 3+390+497-19+4-388+25-2 \equiv 6 \pmod 7$$

Bildiğiniz gibi tabloya göre 6. gün Cumartesi günüdür.

Cumhuriyet hangi gün ilan edildi?

Cumhuriyet hangi gün ilan edildi?

Formülde yerine koyalım

Cumhuriyet hangi gün ilan edildi?

Formülde yerine koyalım

$$G \equiv 3 + (1923 - 1600) + [|\tfrac{1923}{4}|] - [|\tfrac{1923}{100}|] + [|\tfrac{1923}{400}|] - 388 + 28 + [|(2.6)8 - 0.2|] - 2$$
$$\equiv 3 + 323 + 480 - 19 + 4 - 388 + 28 + 20 - 2 \equiv 449 \equiv 1 \pmod 7$$

Pazartesi günü

10 Kasım.

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

10 Kasım.

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

$G \equiv 3 + (1938 - 1600) + [|\frac{1938}{4}|] - [|\frac{1938}{100}|] + [|\frac{1938}{400}|] - 388 + 9 + [|(2.6)9 - 0.2|] - 2$
$\equiv 3 + 338 + 484 - 19 + 4 - 388 + 9 + 23 - 2 \equiv 552 \equiv 4 \pmod 7$
Perşembe günü

10 Kasım.

10 Kasım 1938 hangi güne karşılık gelmektedir?

$$G \equiv 3 + (1938 - 1600) + [|\tfrac{1938}{4}|] - [|\tfrac{1938}{100}|] + [|\tfrac{1938}{400}|] - 388 + 9 + [|(2.6)9 - 0.2|] - 2$$
$$\equiv 3 + 338 + 484 - 19 + 4 - 388 + 9 + 23 - 2 \equiv 552 \equiv 4 \pmod 7$$

Perşembe günü

Atatürk Samsun'a hangi gün çıkmıştır?

$$G \equiv 3 + (1919 - 1600) + [|\tfrac{1919}{4}|] - [|\tfrac{1919}{100}|] + [|\tfrac{1919}{400}|] - 388 + 18 + [|(2.6)3 - 0.2|] - 2$$
$$\equiv 3 + 319 + 479 - 19 + 4 - 388 + 18 + 7 - 2 \equiv 421 \equiv 1 \pmod 7$$

Pazartesi günü

Ocak-Şubat aylarına örnek

14 Ocak 2020 hangi güne karşılık gelir?

Ocak-Şubat aylarına örnek

14 Ocak 2020 hangi güne karşılık gelir?

Dikkat etmemiz gereken yer Ocak ayı bir önceki yılın 11. ayı Yani biz 2019 yılının 11. ayının 14'üncü gününü hesaplamamız gerekir

Bunu da formülümüzde terine koyarsak

$G \equiv 3 + (2019 - 1600) + [|\frac{2019}{4}|] - [|\frac{2019}{100}|] + [|\frac{2019}{400}|] - 388 + 13 + [|(2.6)11 - 0.2|] - 2$
$\equiv 3 + 419 + 504 - 20 + 5 - 388 + 13 + 28 - 2 \equiv 562 \equiv 2 \pmod 7$
Salı günü

Ocak-Şubat aylarına örnek

14 Ocak 2020 hangi güne karşılık gelir?

Dikkat etmemiz gereken yer Ocak ayı bir önceki yılın 11. ayı Yani biz 2019 yılının 11. ayının 14'üncü gününü hesaplamamız gerekir

Bunu da formülümüzde terine koyarsak

$G \equiv 3 + (2019 - 1600) + [|\frac{2019}{4}|] - [|\frac{2019}{100}|] + [|\frac{2019}{400}|] - 388 + 13 + [|(2.6)11 - 0.2|] - 2$
$\equiv 3 + 419 + 504 - 20 + 5 - 388 + 13 + 28 - 2 \equiv 562 \equiv 2 \pmod 7$
Salı günü

Kaynaklar

David M. Burton; Elementary Number Theory, Sayfa, 121–125

http://www.metu.edu.tr/∼matmah/

TEŞEKKÜRLER