

ÖZBAĞLANIMLI SÜREÇLER İÇİN DİZİSEL BİR SINIFLANDIRMA YÖNTEMİ VE RADAR HEDEFLERİ ÜZERİNE UYGULANMASI

A SEQUENTIAL CLASSIFICATION ALGORITHM FOR AUTOREGRESSIVE PROCESSES AND ITS APPLICATION ON RADAR TARGETS

Güneş Otlu

Çağatay Candan

ASELSAN
Ankara, Türkiye
guneso@aselsan.com.tr

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
ccandan@metu.edu.tr

ÖZETÇE

Özbağlanımlı süreçler için dizisel bir sınıflandırma yöntemi sunulmaktadır. Sabit sayıda örnek kullanan sistemlerden farklı olarak, daha çabuk sınıflandırma kararı aldığı bilinen önerilen yöntem, değişken sayıda örnek kullanan Wald'ın dizisel olasılık oran testi (SPRT) kullanılmaktadır. Sınıflandırılacak süreçlerin özbağlanım katsayılarının bilindiği ama süreç değişiminin bilinmediği varsayılmıştır. Bu koşullar altında genellenmiş olasılık oranı testi (GLRT) çıkarılmış ve testin dizisel çalışması açıklanmıştır. Son olarak, önerilen yöntemin sabit ve döner kanatlı radar hedeflerinin sınıflandırılması üzerine uygulaması gerçekleştirilmiştir.

ABSTRACT

A sequential method for the classification of the autoregressive processes is presented. Different from the conventional detectors having fixed sample size, the suggested method uses Wald's sequential probability ratio test (SPRT) which is known with faster decisions and has a variable sample size. It is assumed that the coefficients of the filters generating the autoregressive processes are known; but the variance of process is unknown to the detector. Under these conditions, the generalized likelihood ratio (GLRT) is derived and its sequential operation described. Finally, the suggested algorithm is applied to the classification of fixed and rotary wing targets.

1. GİRİŞ

Hedef tespiti ve sınıflandırılması radar sistemlerinin temel işlevlerindedir. Bu işlevin yüksek girişim - gürültü altında güvenilir ve düşük gecikme ile yapılması sistemin genel başarımını etkilemektedir. Tespitin ardından gelen sınıflandırma işlevine ayrılan sürenin kısaltılması, sistemdeki diğer işlevlere ayrılan sürenin artmasını ve kaynakların daha verimli şekilde kullanılmasını sağlamaktadır. Bir örnek vermek gerekirse kısa sürede tespit ve sınıflandırma yapılabilmesi aynı anda izlenen hedef sayısının artmasını veya arama yapılan alanın büyütülmesini sağlayabilir.

Radar hedef tespiti literatürde uzun süredir yer alan ve iyi bilinen bir konudur. Buna rağmen tespit süresinin azaltılmasına ilişkin çalışmalar literatürde göreceli olarak daha az bulunmaktadır. Radar sistemlerinde hedef tespiti genellikle birden fazla (çoklu) darbe üzerinden yapılmaktadır. Bu amaçla tipik olarak sabit boyutlu bir örnekleme vektörü kullanılmaktadır. Toplanacak örnek sayısı, tarama bölgesinin en uzak noktasında olan en küçük kesit alanlı hedef düşünülerek, yani en kötü senaryo göz önüne alınarak seçilmektedir. Sabit sayıda örnek toplandıktan sonra bu örnekler toplu şekilde işlenerek karar verilmektedir. Örnekleme adedi sistem gereklerine göre çalışma öncesinde seçilmektedir [1].

Çok örnekli tespit için bir diğer seçenek de dizisel olasılık oran testi (Sequential Probability Ratio Test - SPRT) adı verilen yöntemdir [2, 3]. Bu yöntemde örnek adedi değişkendir ve toplanan her örneğin ardından bir karar alınmaya çalışılır. Testin bitiş süresi giriş verisinin "kalitesine" bağlıdır. İki hipotezli durumda, bu yöntemin sabit sınıflandırma hatası koşulu altında ortalama karar verme süresi bakımından en iyi yöntem olduğu bilinmektedir [2, 4]. Ayrıca bu yöntemde örnek sayısı sistemin kendisi tarafından belirlendiğinden çevrimiçi (online) sinyal işleme uygulamaları için de uygundur [5].

SPRT yönteminde girdilerin işlenmesi sonucu oluşan anlık skora bağlı olarak karar verilir. Ortalama örnek adedi, istenilen birinci ve ikinci tipten olasılık hatalarını karşılayan örnek adetlerinin ortalamasına eşittir. Aynı koşullar altında sabit örnek kullanan ve en iyi karar veren sistemlere kıyasla bu yöntemin %50 daha az örnek gerektirdiği bilinmektedir [3]. Bu bildiri SPRT yönteminin hedef sınıflandırmasında kullanımı incelenecektir.

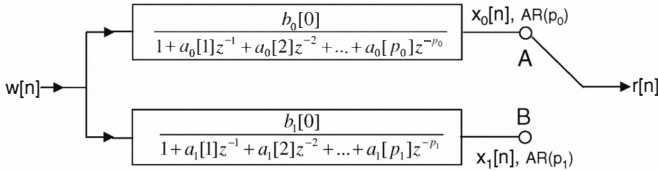
Bildiri kapsamında hedeflere ait güç izge yoğunluk (Power Spectral Density - PSD) fonksiyonları modelleneyecektir. Bu kapsamda özbağlanımlı süreçler (auto-regressive - AR) kullanılacaktır. Özbağlanımlı modelleme, izge kestiriminde iyi çözümlüğe sahip olduğu ve süreç parametrelerinin hipotez testinde verimli bir şekilde kullanılmasına olanak sağladığından tercih edilmektedir.

Bildiri uçağ-helikopter sınıflandırma uygulaması üzerinde çalışılmıştır. Bilindiği üzere, hedeften geri dönen radar işaretinin merkez frekansında hedefin hızıyla ilişkili bir Doppler kayması olur. Ayrıca hedefin hareketli kısmı

(kanat, pervane gibi salınım yapan veya dönen parçalar) yankı sinyali üzerinde bir modülasyona ve güç izgesinde sinyalin merkez frekansı etrafında dağılmasına sebep olur. Bu nedenle yankının frekans ekseninde ortalama güç dağılımı, yani güç izgesi yoğunluğu, sabit kanatlı ve döner kanatlı hedefler için farklılık göstermektedir. Bu çalışmada hedef yankıları birer özbağımlı süreç olarak modellenecek ve toplanan sinyalin hangi sınıfa ait olduğu SPRT testi kullanılarak belirlenecektir. Bu konuda literatürde yer alan en kapsamlı yayın Gini ve arkadaşlarının çalışmasıdır [7]. Bu çalışmada havada asılı helikopter tespitine yönelik bir yöntem önerilmiştir. Bildiride [7]'de verilen helikopter PSD fonksiyonuna AR model oturtularak, sabit kanatlı (uçak) ve döner kanatlı (helikopter) sınıflandırılması yapılmaya çalışılmıştır.

Bildiride önerilen yönteme benzer bir yöntem Therrien tarafından [8]'de geliştirilmiştir. Bu yöntem bildiride anlatılan yöntemden farklı olarak hipotez testindeki süreçlere ait büyüklük karesi alınmış öngörü filtresi (mean square prediction filter) kullanmaktadır. LRT değeri hipotezlerin öngörü hatalarının olasılık dağılımlarından oluşturulmaktadır. Bu yapının Gauss dağılıma sahip işaretler için en iyi olduğu ve Gauss dağılıma sahip olmayan işaretler için de en iyi olmadan uygulanabileceği belirtilmektedir. İlişkili bir başka çalışma ise Haykin tarafından iki AR sürecinin sınıflandırması için yapılmıştır [9]. Haykin'in makalesinde AR modelin derecesi 2 olarak seçilmiştir. Sabit yanlış alarm sıklığında en iyi tespit olasılığı için örnek boyutu - güç oranı ilişkisi simülasyonlarla bulunmuştur ve sonuçlar deneysel radar verileri üzerine uygulanmıştır. Bildiri kapsamında önerdiğimiz SPRT temelli yöntem ile [9]'daki tespit sonuçları benzerlik göstermektedir.

2. Önerilen Sınıflandırma Yöntemi



Şekil 1: Özbağımlı süreçleri oluşturan süzgeçler ve gözlem dizisi $r[n]$.

Şekil 1'de iki farklı AR süreç üreten süzgeç yapıları ve bir anahtar gösterilmektedir. (Şekilde $w[n]$ birim değişinti değerine sahip beyaz gürültüdür.) Anahtar "A" konumunda iken gözlemler ($r[n]$) $AR(p_0)$ olarak gösterilen $x_0[n]$ sürecine ait olacak, diğer durumda ise $AR(p_1)$ sürecine ait olacaktır. İncelenen problem verilen $r[n]$ örneklerinin hangi sürece ait olduğunun tespitidir. Aşağıda hipotez testleri verilmiştir.

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{r} &= \kappa \mathbf{x}_0 \\ H_1 : \mathbf{r} &= \kappa \mathbf{x}_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemlerde girdi olan \mathbf{r} , $N \times 1$ boyutunda bir kolon vektörüdür. Bu vektör H_0 hipotezi altında sıfır ortalama değere, özilinti fonksiyonu $x_0[n]$ sürecine ait olan $AR(p_0)$ modelden türetilen birleşik Gauss dağılıma sahip rastgele bir vektör olarak varsayılmaktadır. Benzer bir varsayım, yani birleşik Gauss dağılımı, $x_1[n]$ süreci için de geçerlidir.

(Gauss vektörlerin ilinti değerleri AR süreçlerin sağladığı Yule-Walker denklemlerinden üretilebilir [10].)

Bu çalışmada özbağımlı süreç katsayılarının (Şekil 1'de geçen $a_0[n]$, $a_1[n]$ değerleri) bilindiği fakat süreç değişinti değerinin bilinmediği varsayılmıştır. Yani denklem (1)'deki hipotezlerde yer alan κ çarpanı bilinmemektedir. Hipotez testinin gerçekleşmesi için bu çarpanın kestirilmesi gerekmektedir; bu konunun detayı SPRT yönteminin anlatımından sonra verilecektir.

2.1. SPRT Yöntemi

SPRT yöntemi ile her toplanan örnekte olabilirlik oranı testi (Likelihood ratio test, LRT) hesaplanmakta ve bu testin sonucu önceden belirlenmiş olan alt ve üst limitlerle karşılaştırılmaktadır. Burada α yanlış alarm olasılığının, β ise ıskalama olasılığının hedeflenen değerlerini göstermektedir. Wald'ın önerdiği üst ve alt eşik değerleri ile sistemin oluşan yanlış alarm olasılığının ($p(H1|H0)$) α 'dan ve gerçek ıskalama olasılığının ($p(H0|H1)$) β 'dan düşük olacağı garantelenmiştir [3]. Wald'ın üst eşik değeri (A) ve alt eşik değeri (B) şu şekilde yazılabilir.

$$A = \left(\frac{1 - \beta}{\alpha} \right), B = \left(\frac{\beta}{1 - \alpha} \right) \quad (2)$$

Bu denklemler literatürde Wald limitleri olarak adlandırılmaktadır ve SPRT yönteminde eşik seviyelerinin belirleme işinin temelini oluşturmaktadır [3]. Wald testinde k 'ninci örnek geldiğinde logaritmik olabilirlik oranı λ_k üst ve alt eşiklerle karşılaştırılmakta, eşik değerlerinden biri aşıldığında karar verilmektedir. Eğer log-LRT değeri iki eşik değerinin arasında ise karar ertelenmekte ve bir sonraki örnek beklenmektedir. Aşağıda testin eşikleme süreci özetlenmiştir. Denklem (3) Wald'un SPRT algoritmasını özetlemektedir.

$$\lambda_k = \begin{cases} \geq \ln A & \rightarrow \text{dur ve } H_1 \text{'e karar ver} \\ \leq \ln B & \rightarrow \text{dur ve } H_0 \text{'a karar ver} \\ \text{diğer} & \rightarrow \text{örneklemeye devam et} \end{cases} \quad (3)$$

2.2. Öz Bağımlı Süreçler için Sınıflandırma Yöntemi

Süreç Değişinti Değerinin Kestirilmesi: Sıfır ortalama değerli birleşik olarak Gauss dağılıma sahip $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_k]$, vektörünün dağılımı aşağıdaki verilmiştir:

$$p(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} (\det(\mathbf{R}_x))^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}^T \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{x})} \quad (4)$$

Burada \mathbf{R}_x kovaryans matrisini ve süreç sıfır ortalama değere sahip olduğu için aynı zamanda özilinti matrisini göstermektedir. İlgilendiğimiz problemde özilinti matrisi $\mathbf{R}_x = \sigma_x^2 \mathbf{R}_a$ şeklindedir. Burada \mathbf{R}_a birim değişinti değerine normalize edilmiş sürecin özilinti matrisini göstermektedir.

İlgilendiğimiz problemde süreç değişinti değeri bilinmemektedir. Bu nedenle olabilirlik oranı testi yerine genellenmiş olabilirlik oranı testi (GLRT) uygulanacaktır [11]. Bu amaçla en büyük olabilirlik kestimi yöntemi (ML) ile bilinmeyen parametre kestirilebilir. Denklem (4)'te verilen ifadenin logaritması alındıktan sonra σ_x^2 'ye göre türevi alınır ve sonucu sıfıra eşitlenerek kestirim yapılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln p(\mathbf{x})}{\partial \sigma_x^2} &= -\frac{N}{2} \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{2\sigma_x^4} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{x} = 0 \\ \Rightarrow \hat{\sigma}_x^2 &= \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (5)$$

Değişinti değeri kestirimleri H_0 ve H_1 hipotezleri altında sırasıyla $\hat{\sigma}_{x_0}^2 = \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_0}^{-1} \mathbf{x}$ ve $\hat{\sigma}_{x_1}^2 = \frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_1}^{-1} \mathbf{x}$ olacaktır.

GLRT Testi: GLRT işlemini tamamlamak için bilinmeyen parametrenin kestirim değeri denklem (4)'te yerine konur

$$p(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \left(\frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{x} \right)^{-\frac{N}{2}} (\det(\mathbf{R}_a))^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{N}{2}} \quad (6)$$

ve kestirilmiş ifadenin kullanıldığı LRT testi yazılır:

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{(2\pi)^{-\frac{N}{2}} \left(\frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_1}^{-1} \mathbf{x} \right)^{-\frac{N}{2}} (\det(\mathbf{R}_{a_1}))^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{N}{2}}}{(2\pi)^{-\frac{N}{2}} \left(\frac{1}{N} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_0}^{-1} \mathbf{x} \right)^{-\frac{N}{2}} (\det(\mathbf{R}_{a_0}))^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{N}{2}}} \quad (7)$$

Bu ifadenin logaritması alınıp, sadeleştirmeler yapıldıktan sonra ifade aşağıdaki hale gelir:

$$\ln \Lambda(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\ln \det(\mathbf{R}_{a_0}) - \ln \det(\mathbf{R}_{a_1})) + \frac{N}{2} (\ln(\mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_0}^{-1} \mathbf{x}) - \ln(\mathbf{x}^T \mathbf{R}_{a_1}^{-1} \mathbf{x})) \quad (8)$$

GLRT testini sırasal olarak uygulayabilmek için yani SPRT yapısına uyumlu hale getirebilmek için teste yer alan \mathbf{R}_a^{-1} ve $\det(\mathbf{R}_a)$ değerlerini her yeni örnekte, yani matris boyutlarındaki her büyüme sonrasında, hesaplamak gereklidir. Önerilen yaklaşım ters Levinson-Durbin özyinelemesinden faydalanmaktadır. Levinson-Durbin yöntemi Yöntem 1'de özetlenmektedir [10].

Algorithm 1 \mathbf{R}_a^{-1} and $\det(\mathbf{R}_a)$ değerlerini güncellemek için özyineleme metodu

Özyinelemeyi başlat

$$\rho_0 = 1$$

$$\epsilon_0 = \mathbf{r}_a(0)$$

$$\mathbf{R}_{a_0}^{-1} = \frac{1}{\mathbf{r}_a(0)}$$

$$\det(\mathbf{R}_{a_0}) = \mathbf{r}_a(0)$$

for all $n = 0, 1, \dots, m - 1$ **do**

$$\Gamma_{n+1} = -\frac{\mathbf{r}_a(0:n) \rho_n^R}{\epsilon_n}$$

$$\rho_{n+1} = [\rho_n \ 0] + \Gamma_{n+1} [0 \ (\rho_n^R)^*]$$

$$\epsilon_{n+1} = \epsilon_n [1 - |\Gamma_{n+1}|^2]$$

$$\det(\mathbf{R}_{a_{n+1}}) = \epsilon_{n+1} \det(\mathbf{R}_{a_n})$$

$$\mathbf{R}_{a_{n+1}}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{R}_{a_n}^{-1} \end{bmatrix} + \frac{1}{\epsilon_{n+1}} \rho_{n+1} \rho_{n+1}^H$$

end for

Önerilen değişinti değeri bilinmeyen AR süreçleri dizisel olarak sınıflandıran yöntem Yöntem 2'de verilmiştir.

3. Dönen ve Sabit Kanatlı Hedef Sınıflandırması

Önceki kısımda anlatımı yapılan Wald'ın SPRT yönteminin sabit ve döner kanatlı hedeflerin sınıflandırılmasında uygulaması yapılacaktır. Bu amaçla ilk aşamada hedef izgelerinin AR modelleri üretilecektir.

3.1. Hedef İzgelerinin Modellenmesi

Helikopter İzgesinin Modellenmesi: Helikopter yankısı helikopterin gövdesi, hubu, ana pervane ve kuyruk pervanesinin bileşkesi olarak düşünülebilir. [7]'de yankının merkez frekans etrafındaki güç dağılımı Şekil 2'de gösterildiği gibi modellenmiştir.

Algorithm 2 Önerilmiş Algoritmanın Özeti

$x[0]$, \mathbf{a}_{H_0} , \mathbf{a}_{H_1} 'i belirle

İstenilen P_{FA} (α) ve P_{MISS} (β) için eşik seviyelerini (2) ile hesapla

for all $n > 0$ **do**

Algoritma 1 ile \mathbf{R}_0^{-1} , \mathbf{R}_1^{-1} güncelle

Algoritma 1 ile $\det(\mathbf{R}_0)$, $\det(\mathbf{R}_1)$ güncelle

(8)'i kullanarak log-LRT değerini $\eta = \ln \Lambda(\mathbf{x})$ güncelle

if $\eta \geq \ln A$ **then**

Karar H_1 , Dur;

else if $\eta \leq \ln B$ **then**

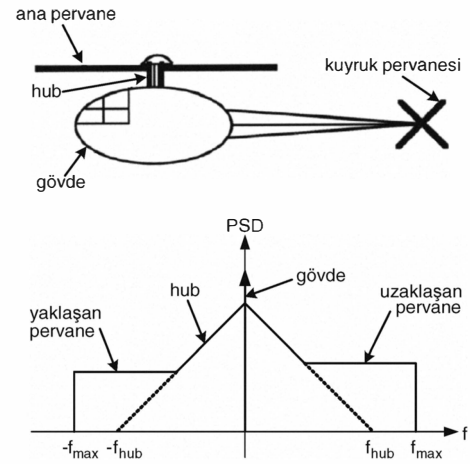
Karar H_0 , Dur;

else

Devam et;

end if

end for



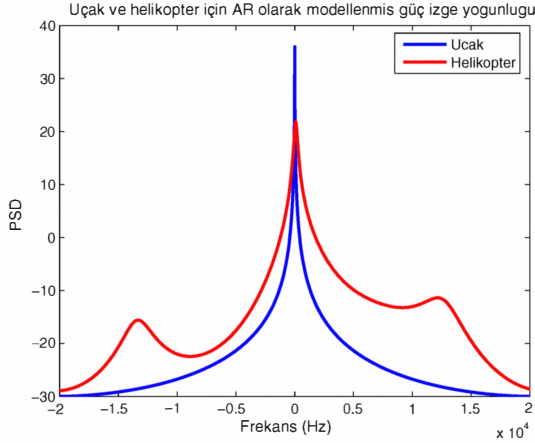
Şekil 2: Helikopter yankısını oluşturan ana parçalar ve bu parçaların oluşturduğu modellenen güç izge yoğunluğu [7]

Gövdenin PSD'ye olan katkısı kendisini sıfır frekansında göstermektedir. Hub'ın etkisi ise sıfır frekansın etrafında üçgensel bir şekil olarak modellenmiştir. Şekilde yer alan f_{hub} 'ın değeri hub'ın kesit alanı ve hub'ın radyal hızına bağlı olarak değişmektedir. Yaklaşan pervanenin radar kesit alanı uzaklaşan pervaneden daha büyük olduğundan PSD seviyesi de daha yüksek olmaktadır. Son parça olan kuyruk pervanelerinin dönme eksenini radara yansıyan gelen sinyalin katkısı diğer parçalara kıyasla çok küçük kalmaktadır. [7]'de önerilen ve Şekil 2'de sunulan izgede sayısal değerler mevcut değildir. Verilen izgenin deneysel olarak doğrulanması ve sayısal değerlerin elde edilmesi için bir deney düzenlenmiştir. Deney sonucunda [7]'de verilen izgeye çok benzer bir yapı elde edilmiştir. (Detaylar için [12]'ye bakabilirsiniz.)

Uçak İzgesinin Modellenmesi: Radar darbesi sabit parçalardan oluşan bir hedeften yansıdığına PSD'de oluşan yayılım helikopterin oluşturduğu yayılıma göre çok daha dar bantlı olmaktadır. Elimizde deneysel veri olmadığından uçak izge verisi çok yüksek ilinti katsayısına sahip AR(1) süreç olarak modellenmiştir. Kullanılan ilinti katsayısı 0.999'dur. Şekil 3'te hedeflerin modellenmiş izgeleri gösterilmiş, Tablo 1'de ise süreçleri üreten filtrelerin katsayıları verilmiştir.

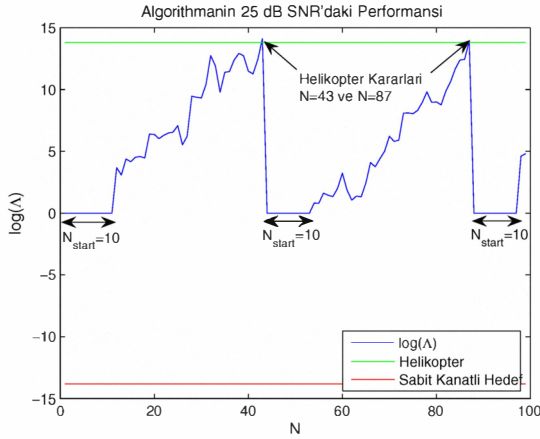
Tablo 1: Uçak (H_0) ve helikopter (H_1) hipotezlerinin özbağlanım katsayıları

Hipotezler	Uçak (H_0)	Helikopter (H_1)
$a(1)$	-0.999	-1.2542-0.4250i
$a(2)$	0	0.5051+0.3334i
$a(3)$	0	-0.7718+0.0352i
$a(4)$	0	0.6383+0.2075i
$a(5)$	0	-0.1109-0.1649i



Şekil 3: Özbağlanımlı olarak modellenen helikopter ve uçak izgeleri (Süzgeç katsayıları Tablo 1'de verilmiştir.)

3.2. Hedef İzgelerin Sınıflandırılması



Şekil 4: Bir Sınıflandırma Koşumu (SNR=25 dB)

Şekil 4'te SPRT temelli sınıflandırma yönteminin doğru hipotezin helikopter olduğu durum için bir koşul örneği sunulmaktadır. Bu koşulda radar tarafından alınan gerçek helikopter verisine gürültü eklenerek, gürültü altındaki sınıflandırması denmektedir. Verinin değişinti değeri bilinmediğinden ilk 10 örnek boyunca bu değer için beklenilmekte, LRT skoru hesaplanmamaktadır. 11. örnekten itibaren SPRT testi başlamakta ve ilk helikopter tespitini 43. örnekte yapmaktadır. Ardından algoritma yeniden başlamakta ve ikinci tespitini 87.

örnekte yapmaktadır. Uçak tespiti için de benzer sonuçlara varılmıştır. Daha kapsamlı sonuçlar, değişik senaryolardaki avantaj ve dezavantajlarıyla beraber [12]'de verilmiştir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada özbağlanımlı süreçler için Wald'ın SPRT yaklaşımını temel alan, dizisel olarak çalışan bir sınıflandırma yöntemi önerilmektedir. Önerilen yöntem döner ve sabit kanatlı hedeflerin sınıflandırması problemine uygulanmıştır. İlk sonuçlar önerilen yöntemin başarılı şekilde sınıflandırma yapabildiği yönündedir. Daha kapsamlı karşılaştırmalar ileride verilecektir.

Sunulan yöntemin temel eksikliği hipotezlerde gürültü ve diğer etkenlerin yer almamasıdır. Oysaki pratik uygulamalarda süreçler gürültüyle beraber gözlemlenmektedir. Değişinti değeri bilinen gürültünün varlığı anlatımı yapılan SPRT temelli sınıflandırma yönteminin işleyişini değiştirmemekte fakat ilk adımda gerekli olan süreçlere ait değişinti değer kestirimi işlemini zorlaştırmaktadır. Gelecekte bu yönde çalışmalar yapılabilir.

5. KAYNAKÇA

- [1] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory, part 1*, John Wiley - Sons, 1971.
- [2] H. V. Poor, *An introduction to signal detection and estimation*, Springer-Verlag, New York, 1994.
- [3] A. Wald, *Sequential Analysis*, New York: Wiley, 1947.
- [4] A. Wald and J. Wolfowitz, "Optimum Character of the Sequential Probability Ratio Test," *Ann. Math. Stat.*, vol. 19, 1948.
- [5] Ruixin Niu and P.K. Varshney, "Sampling Schemes for Sequential Detection With Dependent Observations," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1469–1481, March 2010.
- [6] W.G. Chung and C.K. Un, "Iterative autoregressive parameter estimation in presence of additive white noise," *Electronics Letters*, vol. 27, no. 20, pp. 1800–1802, Sep 1991.
- [7] F. Gini and A. Farina, "Matched subspace CFAR detection of hovering helicopters," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 4, pp. 1293–1305, Oct 1999.
- [8] C. W. Therrien, "A Sequential Approach to Target Discrimination," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-14, no. 3, pp. 433–440, May 1978.
- [9] Q.T. Zhang, K.M. Wong, and S. Haykin, "New parametric method of detecting random signals in unknown noise. 2. Application to radar," *IEE Proceedings F Radar and Signal Processing*, vol. 139, no. 5, pp. 359–364, Oct 1992.
- [10] M. H. Hayes, *Statistical Signal Processing and Modeling*, Wiley, 1996.
- [11] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory*, Prentice Hall, 1998.
- [12] Güneş Otlu, "A sequential classification algorithm for autoregressive processes," M.S. thesis, Middle East Technical University, 2011.