Av-Avcı Biyoekonomik Modellerine Genel Bir Bakış

TÜBİTAK

ARAŞTIRMA PROJESİ

PROJE NO : 114K957

Bu çalışma projesi yürütücüsü, Doç. Dr. Serkan Küçükşenel, önderliğinde proje bursiyeri Fatma Taşdemir[1] tarafından yapılmıştır.

ANKARA

2016

[1] İktisat Bölümü, ODTÜ, Ankara 06800, Türkiye. E-posta: tfatma@metu.edu.tr.

İçindekiler

1 Giriş

114K957 numaralı TÜBİTAK projesinin ilk değerlendirme raporunda[1] balıkçılık sektörü genel hatları ile incelenmiştir. İlk değerlendirme raporundan elde edilen temel sonuç ise sektörde var olan aşırı avlanma problemidir. Aşırı avlanma probleminin çözümü için genellikle avlanma çabasına ya da avlanma miktarına sınırlama getirilmektedir.

İlk değerlendirme raporunda da belirtildiği üzere, balık kaynaklarına zarar vermeden avlanmanın optimal olduğu iki denge noktası bulunmaktadır. Bu denge noktaları maksimum sürdürülebilir mahsul ve maksimum ekonomik mahsul olarak bilinmektedir. Maksimum sürdürülebilir mahsul düzeyinde avlanma, balık popülasyonu büyüme oranının sıfır olduğu düzeye karşılık gelmektedir. Maksimum ekonomik mahsul dengesi ise balıkçılık sektöründe faaliyet gösteren kişilerin kârlarının maksimize edildiği avlanma düzeyini göstermektedir. Ancak maksimum ekonomik mahsul düzeyi, maksimum sürdürülebilir mahsul düzeyine kıyasla daha az avlanmayı ve daha fazla kârı içerdiği için daha optimal denge noktası olduğu belirtilmiştir.

Av-avcı modellerinde, avcı, av tüketerek hayatını sürdürmekte ve avın hayatını sürdürebilmesi, avcıdan kaçmasını gerektirmektedir. Av, avcı için bir besin kaynağı iken avcının avlanma faaliyetinde bulunması, avın hayatını kaybetmesine yol açacağı için iki popülasyon türü arasında besin kaynağı

[1] Birinci değerlendirme raporunun özeti, bu çalışmanın ek kısmında yer almaktadır.

ve düşmanlık ilişkisinin bulunduğu *Ströbele ve Wacker(1995)*'da belirtilmiştir.

İki canlı türü arasındaki ilişki genellikle Lotka-Volterra modeliyle incelenmektedir. Lotka-Volterra modelinde, av ve avcı popülasyon dinamiğini gösteren iki denklem bulunmaktadır. Av-avcı modelleri ile ilgili yapılan çalışmalar genellikle uzun dönemli popülasyon davranışlarının incelenmesi, dengenin hesaplanması ve elde edilen dengenin durağan olabilmesi için gerekli koşullar üzerine yoğunlaşmıştır.

Maksimum ekonomik mahsul veya maksimum sürdürülebilir mahsul düzeyinde avlanma ile av-avcı modelleri arasında literatürde var olan ilişki eksikliği ikinci değerlendirme raporunun av-avcı modellerine, üçüncü değerlendirme raporunun ise av-avcı modelleri ile optimal avlanma noktaları arasındaki ilişkinin belirlenmesini gerekli kılmıştır.

Bu çalışmanın ikinci kısmında, av - avcı modellerinde kullanılan Lotka - Volterra ve Nicholson - Bailey modellerinden bahsedilecektir. Av-avcı modelinde yer alan işlevsel tepki fonksiyonu sadece ava , hem av hem de avcıya ve av-avcı oranına bağlı olmak üzere üç şekilde incelenmektedir. Üçüncü bölümde, literatürde yer alan çalışmalar, belirtilen sınıflandırmaya uygun olarak incelenmiştir. Dördüncü bölümde, av - avcı modellerinden elde edilen dengenin özelliklerinden bahsedilecektir. Beşinci bölümde, av-avcı modeline göç, çevresel heterojenlik vb. gibi özelliklerin entegre edildiği çalışmalardan bahsedilmesi ve bu çalışmanın sonuç kısmı ile devam etmesi planlanmıştır.

2 Av - Avcı Modelleri

Avlanma faaliyetlerinin, av popülasyonuna etkisini gözlemlemek için literatürde çeşitli modeller kullanılmaktadır. Mesela avlanmanın yaş yapısına göre gerçekleşmesi, avcının sadece hedeflediği avı yakalaması ve hedeflenen ava ek olarak başka türlerin de avlanması durumunu dikkate alan biyoekonomik modeller mevcuttur. Yaş yapısını dikkate alan biyoekonomik modeller, genel olarak, avlanmanın yaş yapısına göre gerçekleşmesi durumunda av popülasyonuna etkisini incelemektedir. Ancak bu tür modellerde, avlanmanın avcı popülasyonuna etkisi üzerinde fazla durulmamıştır. Av-avcı modellerinde ise popülasyon türlerinden birinde meydana gelen değişimin, diğer popülasyona etkisi direkt olarak gözlemlenmektedir.

Yaş yapısını dikkate alan biyoekonomik modelleri statik ve dinamik olarak modellemek mümkündür. Av-avcı modelleri ise popülasyonlar arasındaki etkileşimi dinamik olarak ele almaktadır. Av-avcı modelleri daha çok uygulamalı matematik alanında uzman kişilerin çalıştığı bir alan iken biyoekonomik modeller daha çok biyologlar ve ekonomistler tarafından oluşturulmaktadır. Bu nedenle, av-avcı modelleri ile yapılan çalışmalarda daha çok dengenin var olma koşulları, dengenin durağan olması için gereken özellikler vb. gibi konular ön plandadır.

Av-avcı modellerinde, popülasyonlar arası etkileşimin zamana göre değişimi incelenmektedir. Mesela avcı popülasyonunun yoğun olması, av popülasyonunun azalmasına yol açmaktadır. Av popülasyonunun azalması, temel besin kaynağı av olan avcı popülasyonunun azalmasına yol açacaktır. Azalan avcı popülasyonu karşısında av popülasyonu üreme için elverişli bir ortam bulacağından dolayı av popülasyonunda artış görülmesi beklenmektedir. Dolayısıyla artan av popülasyonu, avcı popülasyonu için uygun beslenme ortamı sağlamakta ve avcı popülasyonunun artmasına katkı sağlamaktadır. Av ve avcı popülasyonu arasındaki ilişki bu şekilde devam etmektedir.

Av ve avcı popülasyonu arasında belirtilen bu ilişki, her iki popülasyon için döngü oluşmasını gerektirmektedir. Ancak, kullanılan modele bağlı olarak bazı çalışmalar modelin döngü oluşması ile sonuçlandığını belirtirken bazı çalışmalar ise modelde döngü oluşmamasının nedenini, modele empoze edilen başlangıç koşulları ve seçilen parametrelerle ilişkilendirmektedir.

Sih(1984) av ve avcı arasındaki ilişkinin, baskın olan popülasyon türüne göre değişim göstereceğini belirtmiştir. Mesela, avcı(av) popülasyon davranışının baskın olması av ve avcı arasındaki ilişkinin pozitif(negatif) yönlü olmasına yol açacaktır. Avcı davranışının av popülasyonuna nazaran mobilitesinin yüksek olması, avın avcıdan kaçabilmek için çok fazla çaba harcayamayacağını ve avcının av popülasyonunun yoğun olduğu yerde bulunması, iki canlı türü arasında pozitif yönlü bir ilişki oluşması ile sonuçlanacaktır.

Av-avcı modellerinin gelişimi temel olarak Lotka-Volterra modeli üzerinden gerçekleşmiştir. Lotka-Volterra modeline ek olarak Nicholson-Bailey modelleri de kullanılmaktadır. Abrams(2000), Nicholson-Bailey modelinde yer alan av-avcı popülasyon dinamiklerinin tam olarak anlaşılmadığını belirtmiştir. Belki de bu nedenledir ki, av-avcı modelleri ile ilgili yapılan çalışmalarda daha çok Lotka-Volterra modeli kullanılmaktadır.

Bu bölümde ilk önce Lotka-Volterra daha sonra ise Nicholson-Bailey modelinden bahsedilmesi planlanmıştır.

2.1 Lotka - Volterra Modeli

Av ve avcı grupları arasında var olan ilişkinin incelenmesi Lotka-Volterra modeli ile başlamıştır. Av ve avcının, besin kaynağı olarak aynı canlıyı hedeflemesi durumunda birbirlerine rakip olmaktadırlar. Bu durumdan farklı olarak avcının, avı besin kaynağı olarak seçmesi durumunda aralarında düşmanlık ilişkisi başlamaktadır (Ströbele ve Wacker, 1995). Av ve avcı popülasyonu arasında belirtilen rekabet ve düşmanlık ilişkisinin ele alınması Lotka-Volterra modelinin kullanılmasını gerektirmektedir.

Lotka-Volterra tarafından geliştirilen av-avcı modelini, iki popülasyon türü arasında var olan ilişkiyi anlayabilmek için gerçek yaşamın basit bir uyarlaması olarak düşünebiliriz. Bu model ile popülasyon içi veya popülasyonlar arası meydana gelen bir değişimin, modelde nasıl bir etki yaratacağı tahmin edilmeye çalışılmaktadır.

2.1.1 Modelin Varsayımları

Pulley(2011)'de belirtilen Lotka-Volterra modeli ile ilgili olarak;

- Avcının modelde olmaması halinde, av popülasyonunda büyüme, mevcut popülasyonun belirli bir oranı kadar olacağı,
- Avın modelde olmaması durumunda, avcının başka bir besin kaynağı kullanmaması koşuluyla, avcı popülasyonun soyunun tükenebileceği,
- Her iki popülasyonun karşılaşması durumunda av popülasyonunda azalma ve avcı popülasyonunda artış gözlemleneceği,

varsayımları yapılmıştır.

Belirtilen varsayımlara ek olarak başka bir çalışmada(http://yunus.hacettepe.edu.tr/ c gasan/Documents, Bölüm 7, Erişim Tarihi: 22 Ağustos) ise;

- Modelde avcının bulunmaması durumunda, avın üssel şekilde büyüme sergileyeceği,
- Popülasyonlarin büyümesi, karşılaşma olasılıklarını artıracağı,
- Avcı sayısının artması ile avlanma arasında pozitif bir ilişki bulunduğu,

- Avcı ölüm oranı ve yoğunluğu arasında ilişki bulunmadığı

varsayımlarının da yapıldığını belirtmiştir.

Lima(2002) av - avcı modellerinde, popülasyon türleri arasında etkileşimi modellemek için sabit risk varsayımının yapıldığını ancak bu durumun gerçeği yansıtmadığını belirtmiştir. Sabit risk varsayımı avcının ava saldırma oranının sabit olduğu bir durumu belirtmektedir.

2.1.2 Modele Giriş

Av ve avcı arasındaki etkileşimi ele alan klasik Lotka-Volterra modeli(Pulley, 2011),

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy = x(a - by) \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + zxy = y(-c + zx) \tag{2}$$

2.1 ve 2.2 numaralı denklemlerde tanımlanmaktadır. Modelde yer alan x ve y parametreleri sırasıyla av ve avcı popülasyonunu temsil etmektedir. a, b, c ve z parametreleri ise pozitif herhangi bir sayıyı göstermektedir.

Modelde avcının olmaması durumunda av popülasyonuna ilişkin denklem(2.1 numaralı denklem ile gösterilmektedir.) $\frac{dx}{dt} = ax$ haline gelmektedir. a parametresi pozitif olduğu için av popülasyonu mevcut popülsyonun belli bir oranı kadar büyüyecektir. Dolayısıyla, av popülasyonunun zamana göre değişimini gösteren denklemde avın büyüme oranı a ile gösterilmektedir.

Av popülasyonuna ilişkin denklemde yer alan b parametresi av ve avcı karşılaşması sonucu ölen av oranını, by av başına düşen avlanma miktarını, byx ise avlanma sonucunda av popülasyonunda meydana gelen azalmayı göstermektedir.

2.2 numaralı denklem avcı popülasyonunun zamana göre değişimini göstermektedir. Modelde av poülasyonunun olmaması durumunda 2.2 numaralı denklem $\frac{dy}{dt} = -cy$ haline gelmektedir. Yani modelde avın olmaması, avcı popülasyonunun azalmasına yol açmaktadır. Bu durumun temel nedeni ise modelde avcının sadece avı tüketmesi, yan avlarla beslenmemesi varsayımıdır.

Avcı popülasyonuna ilişkin denklemde yer alan z parametresi av ve avcı karşılaşmasının, avcı popülasyonuna olan pozitif etkisini göstermektedir. Modelde, avcının sadece avı tükettiği varsayıldığı için z parametresini avcı büyüme oranı olarakta düşünebiliriz. zx avcı başına düşen av tüketim miktarını, zxy ise avcı grubunun tükettiği toplam av miktarını göstermektedir.

Av ve avcı popülasyonu arasındaki ilişkiyi gösterebilmek için, modelde yer alan zaman değişkeninden kurtulmamız gerekmektedir. Bunu ise 2.2 numaralı denklemin 2.1 numaralı denkleme oranı ile bulabiliriz. Böylece, av ve avcı popülasyonu arasındaki direkt ilişkiyi gösteren

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(-c+zx)}{x(a-by)} \tag{3}$$

2.3 numaralı denklemi elde edebiliriz. Bu denklemde, av ve avcı arasındaki ilişkinin, modelin temel parametrelerine bağlı olduğunu gözlemleyebiliriz.

Chaudri ve Ray (1996), av-avcı modellerinde yer alan canlılar için çoğunlukla lojistik büyüme fonksiyonu kullanıldığını belirtmişlerdir. Lojistik büyüme fonksiyonu kullanılmasının nedeni ise küçük bir popülasyonun hızlı büyümesi ve büyük bir popülasyonun azalarak büyümesini sağlamasıdır. Böylelikle, araştırmacılar av-avcı arasındaki ilişkiyi en iyi şekilde modellemeye çalışmaktadırlar.

Av ve avcı modelinin çözüm kümesini bulabilmek için 2.1 ve 2.2 denklemlerini sıfıra eşitlememiz gerekmektedir. Temel gerekçe ise uzun dönemde değişkenlerin durağan davranış sergileyeceği ve bu nedenle zamana göre herhangi bir değişimin olmayacağı varsayımıdır. Bu durumda elde edeceğimiz iki denge noktası bulunmaktadır. Denge noktalarını $(0,0)$ ve $(\frac{c}{z}, \frac{a}{b})$ şeklinde gösterebiliriz. Çözüm kümesinde yer alan ilk değer av popülasyonunu, ikinci değer ise avcı popülasyonunun dengede aldığı değeri göstermektedir. İlk denge noktası, popülasyon türlerini gösteren fonksiyonun boyun noktasını ve ikinci değer ise durağan denge noktasını göstermektedir.

Denge noktalarından anlaşılacağı üzere avcı popülasyonu a ve b parametreleri tarafından belirlenmekte ve bu parametreler av popülasyonunun zamana göre değişimini gösteren denklemde yer almaktadır. Aynı durum av popülasyonu için de geçerlidir. Bu nedenle, avcı (av) popülasyonuna ilişkin parametreler av (avcı) popülasyonunun denge değerinin bulunmasında rol oynamaktadır (Mc Laughlin ve Roughgarden, 1991).

Mc Laughlin ve Roughgarden (1991), Lotka Volterra modelinin doğal kararlılık dinamiklerine sahip olduğunu belirtmişlerdir. Yani, başlangıçta dengeden ne kadar uzak olduğumuza göre popülasyon türleri arasındaki salınım sabit büyüklükte değişim sergileyecek ve modeli denge noktasına ulaştıracaktır. Ayrıca, yazarlar Lotka-Volterra modelinin doğal kararlılık özelliğine sahip olması nedeniyle eleştirilere maruz kaldığını belirtmişlerdir.

2.2 Nicholson - Bailey Modeli

Av-avcı popülasyonu arasındaki etkileşimi, Lotka-Volterra modelinin yanı sıra Nicholson-Bailey modeli kullanarakta incelemek mümkündür. Nicholson-Bailey modeli daha çok üremenin mevsime bağlı olması durumunda kullanılmaktadır. Lotka - Volterra modelinden farklı olarak, bu model, av ve avcı popülasyonuna ait denklemleri fark denklemleri kullanarak açıklamaktadır (Abrams, 2000).

Nicholson - Bailey modeli,

- Avcı sayısının değişmediği,
- Av sayısının sabit kalması,

varsayımlarına dayanmaktadır. Av sayısının sabit kalması varsayımı, avlanan ve yeni doğan av sayısının birbirine eşit olmasını gerektirmektedir.

Abrams(2000)'de belirtilen Nicholson-Bailey modeli,

$$N_{t+1} = N_t Exp\left(r\left(1 - \frac{N_t}{K}\right) - CP_t\right) \tag{4}$$

$$P_{t+1} = BN_t\left(1 - Exp(-CP_t)\right) \tag{5}$$

2.4 ve 2.5 numaralı denklemlerde görülebilir. Bu modelde yer alan N av popülasyonunu, P avcı popülasyonunu, K avın taşıma kapasitesini, C avlanma oranını, r ise av başına düşen büyüme oranını göstermektedir. Bu modelde görüldüğü gibi $t+1$ dönemindeki bir popülasyon türü t dönemine bağlı olarak değişim sergilemektedir.

Daha önce de belirtildiği üzere av ve avcı popülasyonu arasında döngünün oluşması istenen bir durumdur. Abrams(2000), modelde döngünün oluşabilmesi için r ve C parametrelerinin oldukça büyük değer alması gerektiğini belirtmiştir.

Murdoch ve Oaten(1989), modele yeni bir canlı türü tanımlamanın Lotka-Volterra modelinde, Nicholson-Bailey modeline kıyasla daha kolay olduğu için Lotka-Volterra modelini kullanmanın bu anlamda bir avantaj sağladığını belirtmiştir. Abrams(2000) ise Nicholson-Bailey modelinde yer alan dinamiklerin tam anlaşılamaması nedeniyle araştırmacıların daha çok Lotka-Volterra modeli kullandığını belirtmiştir.

3 Av - Avcı Modelleri ile İlgili Literatürde Yer Alan Çalışmalar

Lotka-Volterra modelinde belirtildiği üzere av ve avcı karşılaşması sonucu hem av popülasyonu azalmakta hem de avla beslenen avcı popülasyonunda artış gözlemlenmektedir. Avlanan miktarın modelde yarattığı bu iki farklı durum 2.1 ve 2.2 numaralı denklemlerde yer alan b ve z parametreleri ile gerçekleşmektedir. Literatürde, av-avcı modellerinde avlanma miktarı ***işlevsel tepki(functional response)*** fonksiyonu, avlanmanın avcı popülasyon büyüme oranına etkisi ise ***Nümerik tepki(numerical response)*** olarak isimlendirilmektedir.

Literatürde yer alan çalışmaları, işlevsel tepki fonksiyonun sadece ava bağlı olması, hem av hem de avcıya bağlı olması ve av-avcı oranına bağlı olması şeklinde sınıflandırmamız mümkündür. Çalışmanın bu kısmında literatürde yer alan çalışmalardan bahsedilecektir.

3.1 İşlevsel Tepkinin Ava Bağlı Olması Durumu

İşlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması durumu, avlanmanın sadece ava bağlı olarak değişim sergilemesi durumudur. İşlevsel tepki fonksiyonunun ava bağlı olduğu durumu ele alan çalışmalar Tablo 3.1'de belirtilmiştir.

Tablo 1: İşlevsel Tepkinin Ava Bağlı Olması Durumu

Yazar	İşlevsel Tepki
Lotka-Volterra	aN
Holling(1959)	$\frac{aN}{b+N}$
Rosenzweig-MacArthur(1963)	g(N)

Kaynak: Akçakaya ve diğerleri(1995)

Tablo 3.1'de görüldüğü üzere, Lotka -Volterra modelinde işlevsel tepki av miktarı arttıkça artmaktadır. Yani av miktarı arttıkça avlanmada artış gözlemlenmektedir. Ancak, işlevsel tepkinin Holling tipi olması durumu, avlanmanın artarak azalan bir trend izlediğini göstermektedir.

İşlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması durumunda,

Kaynak: Okuyama ve Ruyle(2011)

işlevsel tepki fonksiyon türleri Tablo 3.2'de görülebilir. Tablo 3.2'de yer alan a parametresi avcının ava saldırı oranını, h parametresi ise avcının

Tablo 2: Ava Bağlı Olan İşlevsel Tepki Fonksiyon Türleri

Fonksiyon Türü	İşlevsel Tepki Fonksiyonu
Holling 2 Türü	$\frac{aN}{1+ahN}$
Holling 3 Türü	$\frac{aN^2}{1+ahN^2}$
θ -Sigmoid	$\frac{aN^\theta}{1+ahN^\theta}$

avı yakalaması için geçen zamanı göstermektedir.

Piana ve diğerleri (2006), Lotka-Volterra modelini kullanmışlardır ve işlevsel tepki fonksiyonunun av yoğunluğuna bağlı olduğu durumu[2] ele almışlardır. Çalışmalarında, Osmar gölcüğünde var olan balıkları av ve avcı olarak ikiye ayırmışlardır ve bu popülasyon türlerine ait data toplamışlardır. Osmar gölcüğü sel vb. gibi durumların olmaması nedeniyle göçe kapalı olmasından dolayı seçilmiştir. Dolayısıyla buradan toplanacak data, daha güvenilir olmaktadır. Av-avcı modeli fonksiyonel formda,

$$\frac{dV}{dt} = f(V)V - g(V)P = G_v(V, P) \tag{6}$$

$$\frac{dP}{dt} = i(V)P - j(P)P = G_p(V, P) \tag{7}$$

3.1 ve 3.2 numaralı denklemlerle tanımlanmıştır. Bu modelde V av yoğunluğunu, P avcı yoğunluğunu,$f(V)$ av popülasyonu büyüme fonksiyonunu, $g(V)$ işlevsel tepki fonksiyonunu, $i(V)$ nümerik tepki fonksiyonunu ve $j(P)$ ise avcı popülasyonu ölüm fonksiyonunu göstermektedir. Yazarlar, mo-

[2]İşlevsel tepki fonksiyonunun av ve avcı oranına bağlı olması durumu da ilgili çalışmada göz önünde bulundurulmuştur.

delden elde ettikleri tahminler ve data gözlemlerinden yararlanarak, amaç fonksiyonunu

$$F = \sum_{i=1}^{n} [(Vobs_i - Vest_i)^2 + (Pobs_i - Pest_i)^2] \tag{8}$$

$$F = \sum_{i=1}^{n} [(\frac{Vobs_i - Vest_i}{Vobs_i}^2) + (\frac{Pobs_i - Pest_i}{Pobs_i})^2] \tag{9}$$

$$F = \sum_{i=1}^{n} F_i = \sum_{i=1}^{n} [w_v(Vobs_i - Vest_i)]^2 + [w_p(Pobs_i - Pest_i)]^2 \tag{10}$$

$$\frac{w_v}{w_p} = \frac{\sigma_p}{\sigma_v} \tag{11}$$

3.3, 3.4 ve 3.5 numaralı denklemlerde yer aldığı gibi tanımlamışlardır. 3.6 numaralı denklemde ise av ve avcı yoğunluğuna ilişkin ağırlıkların, iki popülasyon türünün standart sapmaları cinsinden oranını göstermektedir. İlgili denklemlerde yer alan parametrelere bakacak olursak, n gözlem sayısını, $Vobs$ gözlemlenen av yoğunluğunu, $Vest$ tahmin edilen av yoğunluğunu, $Pobs$ gözlemlenen avcı yoğunluğunu, $Pest$ tahmin edilen avcı yoğunluğunu, σ_p ve σ_v ise av ve avcı gruplara ilişkin standart sapmayı göstermektedir. Hem av hem de avcı popülasyonu için, gözlemlenen ve tahmin edilen değerlerin 3.6 numaralı denklemdeki gibi ağırlıklandırılması ile amaç fonksiyonunun minimize edilmesi amaçlanmıştır. Böylelikle, tahmin edilen ve gözlemlenen değerler arasındaki farkın azaltılarak birbirine yakınsaması hedeflenmiştir. Modelin çözümü için gerekli başlangıç değerleri ise Osmar gölcüğünden elde edilmiştir.

Piana ve diğerleri (2006), daha sonra gözlemlerin ortalama av ve avcı yoğunluğundan ne kadar saptığını hesaplamak için,

$$ET = \sum_{i=1}^{n} [w_v(Vobs_i - \overline{V})]^2 + [w_p(Pobs_i - \overline{P})]^2 \qquad (12)$$

$$R^2 = \frac{ET - F}{ET} \qquad (13)$$

3.7 numaralı amaç fonksiyonunu oluşturmuşlardır. Bu denklemde yer alan $\overline{V}$ ve $\overline{P}$ sırasıyla ortalama av ve avcı yoğunluğunu göstermektedir. Yazarlar, daha sonra 3.8 numaralı denklemi kullanarak, modelin açıklama gücünü hesaplamışlardır. Çeşitli işlevsel tepki fonksiyonu kullanarak, açıklama gücü fazla olan modelin tercih edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Yazarların, oluşturdukları modelden elde ettikleri temel sonuçlar ise av büyüme fonksiyonuna taşıma kapasitesinin eklenmesinin model sonuçlarını çok fazla değiştirmediği, işlevsel tepki fonksiyonunun av yoğunluğuna bağlı olması durumunu av-avcı oranına bağlı olması durumu ile kıyasladığında, işlevsel tepkinin ava bağlı olması durumunda, modelin açıklama gücünün daha fazla olmasıdır.

3.2 İşlevsel Tepkinin Av ve Avcıya Bağlı Olması Durumu

İşlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması, avlanmanın mevcut olan ava bağlı olarak değişeceğini ve avcı popülasyonuna bağlı olmadığını belirtmektedir. Ancak, avlanmada av popülasyonu kadar avcı popülasyonunun da etkisi bulunmaktadır. Bu nedenle avlanmanın sadece ava bağlı olması durumu aslında uç bir durumu temsil etmektedir. Avlanmanın sadece ava bağlı değil hem av hem de avcıya bağlı olması daha gerçekçi bir yaklaşımdır.

Tablo 3: İşlevsel Tepkinin Av ve Avcıya Bağlı Olması Durumu

Yazar	İşlevsel Tepki
Hassell-Varley(1969)	αNP^{-m}
DeAngelis ve diğerleri(1975)	$\frac{aN}{b+N+cP}$

Kaynak: Akçakaya ve diğerleri(1995)

Tablo 3.3 işlevsel tepkinin av ve avcıya bağlı olması durumunu ele alan literatür çalışmalarını göstermektedir. Belirtilen çalışmalara ek olarak *Yodzis(1994)* işlevsel tepki fonksiyonunun av ve avcıya bağlı olması durumunda av-avcı modelini,

$$\frac{dN}{dt} = f(N) - PF(N,P) \tag{14}$$

$$\frac{dP}{dt} = PG(N,P) \tag{15}$$

3.9 ve 3.10 numaralı denklemleriyle tanımlamıştır. Bu modelde yer alan N ve P parametreleri sırasıyla av ve avcı yoğunluğu göstermektedir. 3.9 numaralı denklem, av yoğunluğunun zamana göre değişimini göstermektedir. Bu denklemde yer alan $F(N)$, avcının modele dahil olmaması durumunda av büyüme fonksiyonunu, $F(N, P)$ ise işlevsel tepki fonksiyonunu göstermektedir. İşlevsel tepki fonksiyonu, avcı başına düşen avlanma miktarını göstermektedir. Toplam avlanmayı bulabilmek için işlevsel tepki fonksiyonunu avcı miktarı ile çarpmak gerekmektedir.

3.10 numaralı denklem ise avcı yoğunluğunun zamana göre değişimini göstermektedir. Bu denklemde yer alan $G(N, P)$ avcının nümerik tepki fonksiyonunu göstermektedir. Leslie(1948, Yodzis 1994'te belirtilmiştir) nümerik tepki fonksiyonunu $G = r\left(1 - \frac{P}{hN}\right)$ olarak tanımlamıştır. Leslie'nin tanımında yer alan r ve h parametreleri pozitiftir ve hN parametresi taşıma kapasitesini göstermekte olup, av yoğunluğuna oransal değişim sergilediği görülmektedir. Nümerik tepki fonksiyonu, avcı başına düşen büyüme oranını göstermektedir. Avcı popülasyon büyüme miktarının hesaplanması, nümerik tepki fonksiyonunun avcı popülasyonu ile çarpılmasını gerektirmektedir. Nümerik tepki fonksiyonunun av ve avcı popülasyonuna bağlı olması durumu, büyümenin avcı popülasyonu içindeki rekabetten etkilendiğini göstermektedir.

3.9 ve 3.10 numaralı denklemlerden oluşan av-avcı modelinde, uzun dönem denge çözümü yapılmaktadır. Uzun dönem, bütün değişkenlerin zamana göre değişiminin sıfır olduğu durumu temsil etmektedir. Bu nedenle modelin çözümü $\frac{dN}{dt} = 0$ ve $\frac{dP}{dt} = 0$ kısıtlarının uygulanması ile bulunmaktadır. 3.9 ve 3.10 numaralı denklemlerde fonksiyonun açık hâli belirtilmediği için denge çözümü üzerinde durulmamıştır.

Yodzis(1994) işlevsel tepki fonkiyonunun, avcının avı yakalayabilmek için geçen süreyi de kapsaması gerektiğini belirtmiştir. Avı yakalamak için geçen süre, avın aramaya başlanması aşamasından yakalanmasına kadar geçen süreyi kapsamaktadır. Tüketilen her bir av için geçen zamanın t_h ile gösterilmesi durumunda, işlevsel tepki fonksiyonunun,

$$F = \frac{a}{1 + at_h} \tag{16}$$

şeklinde olması gerektiği belirtilmiştir. Yodzis(1994) 3.11 numaralı denklemde yer alan a parametresinin, avcının ava saldırma oranı olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, avcının ava saldırma oranının $a = bN$ gibi av yoğunluğuna bağlı olarak değişim sergileyebileceğini ve av yoğunluğunun azalması durumunda ise a parametresinin $a = bN^2$ şeklinde olması gerektiğini belirtmiştir. Bunun temel nedeni ise av yoğunluğundaki azalmanın, avı yakalamayı zorlaştırmasıdır.

İşlevsel tepki fonksiyonunun av ve avcıya bağlı olması durumu, sadece ava bağlı olması durumuna kıyasla daha gerçekçidir. Böylelikle, avlanmada av kadar avcı faktörü de dikkate alınmaktadır.

3.3 İşlevsel Tepkinin Av-Avcı Oranına Bağlı Olması Durumu

İşlevsel tepkinin av-avcı oranına bağlı olması durumunda, Arditi ve Ginzburg(1989) işlevsel tepkinin $g(\frac{N}{P})$, Getz(1984) ise $\frac{aN}{cP+N}$ şeklinde olması gerektiğini belirtmiştir (Akçakaya ve diğerleri, (1995)).

Akçakaya ve diğerleri (1995), işlevsel tepki fonksiyonunun sadece av ve av-avcı oranına bağlı olması durumlarının, uç durumlar olduğunu belirtmiştir. Ancak işlevsel tepki fonksiyonunu av-avcı oranı cinsinden tanımlamanın, doğal sistem davranışını daha iyi yansıtması nedeniyle tercih edildiğini belirtmişlerdir.

Arditi ve Ginzburg(1989), işlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olmasının nedenini zaman gecikmesi ile açıklamışlardır. Yani, avlanma sonucunda avcı büyüme miktarında artışın zaman alan bir süreç olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca, işlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olması durumunda, modelin dataya daha iyi uyum sağladığını belirtmişlerdir. Yazarların ele aldıkları av-avcı modeli,

$$\frac{dN}{dt} = f(N)N - g(N,P)P = f(N)N - g\left(\frac{N}{P}\right)P \tag{17}$$

$$\frac{dP}{dt} = h(N,P)P - \mu P = eg\left(\frac{N}{P}\right)P - \mu P \tag{18}$$

3.12 ve 3.13 numaralı denklemlerde görülmektedir. Bu denklemlerde yer alan N av popülasyonunu, P avcı popülasyonunu, $f(N)$ av popülasyon büyüme oranını, $g(N, P)$ işlevsel tepki fonksiyonunu,$h(N, P)$ avcı büyüme oranını, μ sabit ölüm oranını göstermektedir. Avcı büyüme oranı $h(N, P) = eg\left(\frac{N}{P}\right)$ denklemiyle tanımlanmıştır. Yani, avlanan miktarın e kadarlık kısmı avcı popülasyon artışını etkilemektedir. Dönüşüm etkinliğini gösteren e parametresi sıfır ila bir arasında herhangi bir değer almaktadır. Avcı popülasyonunun gelecekte de tüketim davranışını sürdürebilmesi için bu parametrenin birden küçük olması gerekmektedir. Yani avcının avlanma faaliyetlerinde bulunurken bütün av kaynaklarını tüketmemesi, optimal olan bir durumu yansıtmaktadır.

Arditi ve Ginzburg(1989) işlevsel tepki fonksiyonunun ava bağlı olması durumu ile av-avcı oranına bağlı olması durumunu kıyaslamak için eşeğim yönteminden faydalanmıştır. Avcı popülasyonuna ilişkin eşeğim, avcı popülasyon dinamiğini gösteren denklemin(işlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması durumunda) sıfıra eşitlenmesi ile,

$$A = g^{-1}\left(\frac{\mu}{e}\right) \tag{19}$$

3.14 numaralı denklem bulunmuştur.Bu denklemde yer alan g^{-1} işlevsel tepki fonksiyonun tersini göstermektedir. A parametresi avcı popülasyon eşeğim konumunu göstermektedir. 3.14 numaralı denklem avcı ölüm oranı arttıkça artmakta ve dönüşüm etkinliği[3] arttıkça azalmaktadır. Av popülasyonuna ilişkin eşeğim ise aynı yöntemle bulunmaktadır.

İşlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olması durumunda, avcının tüketebileceği miktar $g\left(\frac{N}{P}\right)P \leq \alpha N$ ile sınırlandırılmıştır. Burada yer alan α parametresi orijinde, işlevsel tepki fonksiyonunun eğimini göstermektedir. Bu eşitsizlik ile aslında avcının tüketebileceği av miktarının maksimum αN kadar olacağı kastedilmektedir. Arditi ve Ginzburg(1989) av-avcı modelinden elde edilecek dengenin kararlı olabilmesi için av tüketimine sınır getirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Arditi ve Ginzburg(1989) işlevsel tepki fonksiyonunun hem av hemde av-avcı oranına bağlı olması durumunu kıyasladıklarında, işlevsel tepkinin ava bağlı olması durumunun homojen sistemlerde kullanılabileceğini, av-avcı oranına bağlı olması durumunun ise kompleks ve heterojen canlı grupları için uygun olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca, işlevsel tepkinin av-avcı oranına bağlı olması durumunda, dengenin av ve avcı popülasyonu tarafından belirlendiğini ve bu durumun işlevsel tepki fonksiyonunun ava bağlı olması durumunda geçerli olmadığını belirtmişlerdir. İşlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olması durumunda, modelde var olan avın tüketilmesi ile popülasyon türleri arasında sınırlı bir döngü oluştuğunu ve bu durumun işlevsel tepkinin ava bağlı olması durumunda bulunmadığını belirtmişlerdir.

Ginzburg ve Akçakaya(1992) beslenme düzeyleri arasındaki ilişkiyi

[3] e parametresi ile gösterilmektedir ve avcı av tüketiminin, avcı popülasyon büyümesine etkisini göstermektedir.

gözlemleyebilmek için bitkiler(P), otoburlar(H) ve etçiller(C)'den oluşan üç düzeyli ekosistemi ele almışlardır. Bu amaç doğrultusunda oluşturdukları model,

$$RP - DP - f\left(\frac{P}{H^{\alpha}}\right)H = 0 \tag{20}$$

$$e_h f\left(\frac{P}{H^{\alpha}}\right)H - g\left(\frac{H}{C^{\beta}}\right)C = 0 \tag{21}$$

$$e_c g\left(\frac{H}{C^{\beta}}\right)C - \mu C = 0 \tag{22}$$

3.15, 3.16 ve 3.17 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Bu denklemlerde yer alan R birincil verimliliği, D bitki ölüm oranını, f ortalama bir otoburun tüketeceği bitki oranını, g ortalama bir etoburun tüketeceği otçul oranını, e_h ve e_g sırasıyla otobur ve etobur dönüşüm etkinliğini göstermektedir. Bu denklem sisteminde $\alpha = 0$ ve $\beta = 0$ olması durumu işlevsel tepki fonksiyonunun ava bağlı olduğu durumu gösterirken bu iki parametrenin bir olması ise av-avcı oranına bağlı olduğu durumu göstermektedir. α ve β parametreleri müdahale katsayıları olarak bilinmektedir ve genellikle sıfır ila bir arasında bir değer aldığı yazarlar tarafından belirtilmiştir.

Ginzburg ve Akçakaya(1992) av-avcı modellerinde kullanılacak olan datanın daha çok göllerden temin edildiğini belirtmişlerdir. Beslenme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi için

$$log_{10}L2 = a + blog_{10}L1 \tag{23}$$

3.18 numaralı denklemden faydalanmışlardır. Bu denklemde yer alan $L1$ ve $L2$ parametreleri beslenme düzeylerinin en üst sıralarında yer alan iki beslenme düzeyini göstermektedir. b parametresi 3.18 numaralı denklemin eğimini göstermektedir ve bu denklem α ya da β parametrelerini tahmin etmek için kullanılmaktadır.

Ginzburg ve Akçakaya(1992), beslenme düzeylerini incelediği bu çalışmasından elde ettiği en temel sonuç işlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olması durumunda bütün beslenme düzeyindeki canlıların biyokütlelerinde artış görülmesi ve ava bağlı olması durumunda bu durumun gözlemlenmemesidir. İşlevsel tepki fonksiyonunun av-avcı oranına bağlı olması doğal sistem davranışını daha iyi yansıtacak şekilde sonuç vermekte ve bu nedenle α ve β parametrelerinin bire daha yakın olması modelin daha gerçekçi olmasına yol açacağı belirtilmiştir.

4 Av-Avcı Modelinde Denge Özellikleri

Durağanlık[4], modelin denge değerine ulaşmasından sonra modelde yapılan bir değişikliğin, modeli tekrar denge noktasına ulaştırması kavramına karşılık gelmektedir. Genel olarak denge uzun dönemde ortaya çıkacağı için durağanlık kavramının da uzun dönemde sağlanacağı düşünülebilir. Çalış-

[4]Bu tanım, https://www.ma.utexas.edu/users/davis/375/popecol/lec9/equilib.html internet sayfasından faydalanarak oluşturulmuştur.

manın bu bölümünde av-avcı modelinden elde edilen dengenin durağanlık özelliğini ele alan literatür çalışmaından bahsedilmesi planlanmıştır.

Ströbele ve Wacker(1995) av-avcı modelini,

$$\dot{X} = X\left[r\left(1 - \frac{X}{K}\right) - aY\right] = F(X,Y) \tag{24}$$

$$\dot{Y} = sY\left(1 - \frac{bY}{X}\right) = G(X,Y) \tag{25}$$

4.1 ve 4.2 numaralı denklemlerde görüldüğü gibi tanımlamışlardır. Bu denklemlerde yer alan X av popülasyonunu, Y avcı popülasyonunu, r av popülasyonunun içsel büyüme oranını, s avcı popülasyonunun içsel büyüme oranını, K avın taşıma kapasitesini, a ve b ise av ve avcı popülasyonu arasındaki etkileşimi göstermektedir. Modelde $a > 0$ ve $b > 1$ varsayımları yapılmıştır. Belli bir alanda yaşayabilecek en çok sayıda canlı türünün barınması literatürde *taşıma kapasitesi* olarak bilinmektedir ve modelde K ile gösterilmektedir. $\dot{X}$ ve $\dot{Y}$ ise av ve avcı popülasyonunun zamana göre değişimini göstermektedir.

Ströbele ve Wacker(1995)'ın kullandığı av-avcı modelinin denge noktasını bulabilmek için 4.1 ve 4.2 numaralı denklemlerinin sıfıra eşitlemek gerekmektedir. Bu durumda, $X = K$, $X = bY$ ve $X = \frac{K(r-aY)}{r}$ olmak üzere av popülasyonu için üç denge değeri bulunmaktadır. Av popülasyonu için bulunan ilk denge noktası avcı popülasyonundan bağımsızdır. Bu nedenle, av popülasyonunun taşıma kapasitesine eşit olması durumunu 4.2 numaralı denklem ile birlikte değerlendirerek, avcı popülasyon denge değerini bulabiliriz. Av popülasyonu için bulunan diğer iki denge noktası ise avcı popülasyonuna bağlıdır. Bu nedenle, bu iki denge noktasının eşanlı çözülmesi gerekmektedir. Herhangi bir popülasyon türü için bulunan değerin, av popülasyon denge noktalarından($X = bY$ veya $X = \frac{K(r-aY)}{r}$) herhangi birine yerleştirilmesi ile diğer popülasyon türüne ait denge değeri bulunmaktadır. Bütün bu işlemlerden sonra, $(K, 0)$, $(\frac{bKr}{br+aK}, \frac{Kr}{br+aK})$ ve $(0, 0)$ denge noktalarını bulabiliriz. Denge noktalarında yer alan ilk değer av popülasyonuna ikinci değer ise avcı popülasyonuna ait değerleri göstermektedir.

Ströbele ve Wacker (1995), bulunan bu denge noktalarının durağanlık özelliğini sağlaması durumunda, dengenin aynı zamanda global durağanlık koşulunu da sağlayacağını belirtmiştir. Dengenin durağanlık özelliğini incelerken, av-avcı modelini,

$$\frac{\dot{X}}{X} = r\left(1 - \frac{X}{K}\right) - aY = P(X, Y) \tag{26}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = s\left(1 - \frac{bY}{X}\right) = R(X, Y) \tag{27}$$

4.3 ve 4.4 numaralı denklemlerde görüldüğü gibi av popülasyon dinamiğini gösteren denklemin P(X,Y)'nin bir fonksiyonu olarak ve avcı popülasyon dinamiğini gösteren denklemin R(X,Y)'nin bir fonksiyonu olarak ele almışlardır. Durağanlık özelliğinin sağlanması için,

- Av-avcı arasındaki etkileşimin, modelin dinamiklerine uygun olması gerekmektedir. P fonksiyonunun avcı popülasyonuna göre ve R fonksiyonunun av popülasyonuna göre türevlerinin alınması ile bu özellik kontrol edilebilir.

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = -a \tag{28}$$

$$\frac{\partial R}{\partial X} = s\frac{by}{X^2} \tag{29}$$

  4.5 numaralı denklemde görüldüğü gibi avcı popülasyonundaki artış, av popülasyonunun azalmasına yol açmaktadır. 4.6 numaralı denklemde görüldüğü gibi av popülasyondaki artış avcı popülasyonunun artmasına yol açmaktadır.

- Avcı büyüme oranının ya sabit olması ya da avcı popülasyonunun artması ile azalması beklenmektedir.

$$\frac{\partial R}{\partial Y} = -\frac{sb}{X} \tag{30}$$

  4.7 numaralı denklemde görüldüğü üzere avcı popülasyonu arttıkça, avcı büyüme oranı azalmakta ve bu özellik sağlanmaktadır. Bu durumu, avcı büyüme oranının artması ile avlanmada yer alan rakip sayısı artmakta ve avcı başına düşen avlanma miktarının azalması ile açıklayabiliriz.

- Avlanma faaliyetinin olmaması veya avcının modelde olmaması durumunda, 4.3 numaralı denklemde görüleceği üzere av popülasyon büyüme oranının taşıma kapasitesine eşit olması gerekmektedir. Dolayısıyla $P(K, 0) = 0$ koşulu, avcının modelde olmaması durumunda sağlanmaktadır.

- Avcı popülasyon büyüme oranının pozitif büyüme oranı sergilemesi için, minimum miktarda av stoğunun olması gerekmektedir. Ströbele ve Wacker(1995) bu koşulun da sağlandığını belirtmiştir.

Ströbele ve Wacker(1995)[5], av-avcı modelinin belirtilen dört özelliği sağlaması nedeniyle, elde edilen dengenin global durağanlık özelliğini sağladığını belirtmişlerdir.

Myerscough ve diğerleri(1996), dengenin durağan olmasının, modelde kullanılan parametrelerden, tepki fonksiyonlarından ve av-avcı popülasyon dinamiğinden etkilendiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, yazarlar çalışmalarında farklı tepki fonksiyonu kullanarak denge durağanlığının nasıl

[5] Ströbele ve Wacker(1995) ayrıca, av-avcı modelinde sosyal planlayıcı çözümünü ele almışlardır.Sosyal planlayıcının avlanma faaliyetlerinde bulunması durumu beşinci bölümde ele alınacaktır.

etkilendiğini incelemişlerdir. Çalışmalarında kullandıkları model,

$$\frac{dH}{d\tau} = rH\left(1 - \frac{H}{K}\right) - aPF(H) \tag{31}$$

$$\frac{dP}{d\tau} = -sP + bPF(H) \tag{32}$$

4.8 ve 4.9 numaralı denklemlerle gösterilmiştir. Modelde yer alan H avcı popülasyonunu, P av popülasyonunu, $F(H)$ avcı tepki fonksiyonunu, r, a, b ve s ise sabit parametreleri göstermektedir. Model çözümünü kolaylaştırmak için,

$$x = \frac{H}{K}, \qquad t = s\tau, \qquad \gamma = \frac{r}{s}, \qquad \mu = \frac{b}{s} \tag{33}$$

4.10 numaralı denklemde yer alan ölçeklendirme işlemi yapılmıştır. Bu durum, av-avcı modelinin ve işlevsel tepki fonksiyonlarının da ölçeklendirilmesini gerektirmektedir. Ölçeklendirme işleminin yapıldığı yeni av-avcı modeli,

$$\frac{dx}{dt} = \gamma(x(1-x) - f(x)y) \tag{34}$$

$$\frac{dy}{dt} = y(-1 + \mu f(x)) \tag{35}$$

4.11 ve 4.12 numaralı denklemlerde görülmektedir. Bu denklemlerde yer alan x ölçeklendirilmiş av popülasyonunu, y ölçeklendirilmiş avcı popülasyonunu, $f(x)$ avcı işlevsel tepki fonksiyonunu, μ dönüşüm etkinliğini göstermektedir. Ölçeklendirilmiş tepki fonksiyonları ise,

- A. $\frac{x}{x+\alpha}$ Holling (1959b)
- B. $1 - e^{-\frac{x}{\sigma}}$ Rosenzweig (1971)
- C. x^v Rosenzweig (1971)
- D. $\frac{x^2}{x^2+\beta}$ Nunney (1980)

A, B, C ve D ile numaralandırılmış dört fonksiyon türünden oluşmaktadır. Yazarlar, avcı dönüşüm etkinliğini gösteren μ parametresinin 1.25 veya 2 olması durumunda farklı α, σ, v ve β parametre değerlerinin en çok üç tepki fonksiyonu için, popülasyon dinamiklerinde aynı sonucu verdiğini belirtmişlerdir. 4.11 ve 4.12 numaralı denklemlerin çözümü ile denge değeri ($f(x^*) = \frac{1}{\mu}, \quad y^* = \mu x^*(1 - x^*)$) bulunmaktadır. Bu denge çözümünde yer alan ilk değer av popülasyonunu ikinci değer ise avcı popülasyonunun denge değerini göstermektedir. Modelde hem av hem de avcı popülasyonunun var olabilmesi için x^* değerinin birden küçük olması ve μ parametresinin birden büyük olması gerekmektedir. Bu koşulların sağlanması durumunda, model dengesinin durağan olacağı belirtilmiştir.

Hsu ve Huang(1995), av - avcı modellerinden elde edilen dengenin tek ve pozitif bir değer olması koşuluyla, modelden elde edilecek dengenin yerel ve global durağan olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca, işlevsel tepki fonksiyonunun S şeklinde olması durumunu, avcı öğrenme davranışı ile açıklamışlardır. Yani, avcılar belli bir değerin altında iken etkin olarak avlanma faaliyetinde bulunamamakta ve belli bir değerin üstünde iken avlanmadan daha verimli faydalanabilmektedirler.

Bu bölümde, av - avcı model dengesinin durağan olmasını konu alan çalışmalara yer verilmiştir. Dengenin durağan olmasından kastedilen şey ise modelde yapılan bir değişikliğin, modeli tekrar dengeye ulaştıracak mekanizmaya sahip olmasıdır. Modelde değişiklik yapılması ile yeni bir denge noktası bulunmaktadır. Ancak, bu yeni dengenin eski dengeyle aynı değeri göstereceğinin garantisi yoktur. Myerscough ve diğerleri(1996), av - avcı modelini baz alarak yapılacak tahminlerden önce dengenin durağan olup olmadığının kontrol edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Çünkü durağan olmayan bir denge ile yapılan tahmin, yanıltıcı sonuçlar verebilmektedir.

5 Klasik Av - Avcı Modeline Uygulanan Değişiklikler

Bu çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan av - avcı modelini "Klasik" olarak adlandırmamız mümkündür. Klasik av - avcı modelinde, iki popülasyon türü arasındaki etkileşimin en temel hâli görülmektedir. Daha sonraki yıllarda yapılan çalışmalar, av - avcı modeline yeni özelliklerin entegre edilmesi ile modelin geliştirilmesine yol açmıştır. Klasik av - avcı modelinin geliştirilmesinin temel nedenini, gerçek yaşamda gözlemlenen bir davranışı, modele yansıtma çabası olarak belirtebiliriz. Çalışmanın bu bölümünde, Klasik av - avcı modeline yapılan değişiklikleri içeren literatür çalışmasına yer verilmesi planlanmıştır.

Ströbele ve Wacker (1995), dördüncü bölümde bahsedilen çalışmasında, sosyal planlayıcının avlanma faaliyetinde bulunması durumunda dengenin nasıl bulunacağı konusunu da ele almışlardır. Sosyal planlayıcının avlanma faaliyetinde bulunması ile av - avcı modeli,

$$\dot{X} = rX\left(1 - \frac{X}{K}\right) - aXY - Q_x = F(X,Y) - Q_x = \Phi(X,Y) \tag{36}$$

$$\dot{Y} = sY\left(1 - \frac{bY}{X}\right) - Q_y = G(X,Y) - Q_y = \Omega(X,Y) \tag{37}$$

5.1 ve 5.2 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Bu denklemlerde yer alan Q_x ve Q_y parametreleri, sosyal planlayıcının tüketeceği av ve avcı miktarını göstermektedir. Sosyal planlayıcının avlanma faaliyetinde bulunması belli bir maliyete katlanmasını gerektirmektedir. $c_X(X)$ ve $c_Y(Y)$ sırasıyla sosyal planlayıcının avlanma faaliyetleri sonucunda katlanacağı av ve avcı maliyetini göstermesi durumunda, sosyal planlayıcının amaç fonksiyonu,

$$maxV = \int_0^\infty e^{-\delta t}[U(Q_x,Q_y) - c_X(X)Q_x - c_Y(Y)Q_y]dt \tag{38}$$

5.3 numaralı denklemde yer almaktadır. Sosyal planlayıcının amacı, avlanmadan elde edeceği faydayı, belirtilen maliyet kısıtı altında maksimize etmektir. Modelde, her iki popülasyon türünün de hayatlarını sürdürebilmesi için iskonto oranını gösteren δ parametresinin sıfırdan büyük ve her iki popülasyon türünün içsel büyüme oranından küçük olması varsayılmıştır. Sosyal planlayıcı çözümü için,

$$H = U(Q_x, Q_y) - c_x(X)Q_x - c_y(Y)Q_y + \lambda[F(X,Y) - Q_x] + \gamma[G(X,Y) - Q_y] \tag{39}$$

5.4 numaralı denklemde yer alan Hamiltonian problemini oluşturabiliriz. 5.4 numaralı denklemin çözümü, Q_x, Q_y, λ ve γ'ya göre birinci dereceden türevini alıp sıfıra eşitlememizi gerektirmektedir. Bütün bu işlemlerden sonra, dengede sosyal planlayıcının avlanacağı miktar,

$$\widehat{Q}_x = -\frac{1}{\eta_x}\left[\frac{[\delta - F_1] + \frac{1}{\lambda}c'_x(X)F(X,Y) - \frac{\gamma}{\lambda}G_1}{1 + \frac{1}{\lambda}c'_x(X)}\right] \tag{40}$$

$$\widehat{Q}_y = -\frac{1}{\eta_y}\left[\frac{[\delta - G_2] + \frac{1}{\gamma}c'(y)(Y)G(X,Y) - \frac{\lambda}{\gamma}F_2}{1 + \frac{1}{\gamma}c'_y(Y)}\right] \tag{41}$$

5.5 ve 5.6 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Bu denklemlerde yer alan F_2 negatiftir. $\delta > F_1$ olduğu sürece, sosyal planlayıcının avlanma faaliyetlerini geleceğe aktarması optimal bir davranış olduğu belirtilmiştir.

Tang ve Liu (2016), av ve avcı popülasyonlarının yaş yapısına göre değişim sergilemesi durumunda, modelin komplike hale geleceğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, modelde sadece avcı popülasyonun yaş yapısına bağımlı ve av popülasyonunun ise yaş yapısından bağımsız olarak lojistik büyüyeceği varsayılmıştır. Oluşturdukları av - avcı modeli,

$$\frac{\partial u(t,a)}{\partial t} + \frac{\partial u(t,a)}{\partial a} = -u(t,a)\mu, \qquad a \geq 0 \tag{42}$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = rv(t)\left(1 - \frac{v(t)}{K}\right) - \frac{v(t)\int_0^{+\infty} u(t,a)da}{h + v(t)} \tag{43}$$

$$u(t,0) = \frac{\eta v(t)\int_0^{+\infty} \beta(a)u(t,a)da}{h + v(t)} \tag{44}$$

$$u(0,.) = u_0 \in L^1((0,+\infty),\Re), \qquad v(0) = v_0 \geq 0 \tag{45}$$

5.7 ve 5.8 numaralı denklemlerde görülmektedir. Bu denklemlerde yer alan $u(t,a)$ avcı popülasyonunun yaş ve zamana göre değişimini, $v(t)$ t zamanında av popülasyon yoğunluğunu, a yaşı, t zamanı, K av taşıma kapasitesini, μ avcı ölüm oranını göstermektedir. 5.9 numaralı denklem yeni doğan bir avcının, zamana göre nasıl değişim sergileyeceğini göstermektedir. 5.10 numaralı denklem ise başlangıçta av ve avcı popülasyonlarının sıfırdan büyük herhangi bir değer aldığını belirtmektedir. Avın ortalama büyüme oranı (r) ise doğum oranı (b) ve ölüm oranı (d) arasındaki fark ile bulunmaktadır. Tang ve Liu(2016), modelde tek bir denge noktası ($\overline{v} = \frac{h}{\eta M - 1}$, $\overline{u}(a) = \tau r \mu \left(1 - \frac{\overline{v}}{K}\right)(h + \overline{v})e^{-\tau\mu a}$) bulmuşlardır ve olgun avcı popülasyonunun modelin durağan olmasına katkı sağladığını belirtmişlerdir.

Comins ve Blatt (1974) çevresel heterojenliğin Lotka-Volterra av - avcı modeline etkisini incelemişlerdir. Çevresel heterojenlik, çevrenin kurak ve verimli alan şeklinde iki kısımdan oluşmasıdır. Bu modelde canlılar, yaşamlarını sürdürebilecek en iyi çevre koşullarını seçme imkanına sahiptir. Dolayısıyla, canlılar yaşamlarının bulunduğu aşamaya bağlı olarak göç edebilmektedirler. Comins ve Blatt, canlıların yaşadığı çevresel alanın büyük olması durumunda göç olacağını belirtmişlerdir. Av ve avcının bulunduğu çevresel alanın küçük olması, karşılaşma olasılıklarını artırmakta ve dengenin tek bir noktadan oluşmasına yol açtığı belirtilmiştir. Comins ve Blatt çevresel heterojenliğin, modelin durağan olmasına katkı sağladığını belirtmişlerdir.

Smith ve Mead(1974), avlanmanın yaş yapısına bağlı olması durumunu, av-avcı modeli kapsamında ele almışlardır. Çalışmalarında, üç model kullanmışlardır. Bu modellerden birincisi stokastik Lotka-Volterra modeli, ikincisi avcının hedef olarak genç avı seçmesi durumu ve üçüncüsü ise avcının üreme dönemindeki avı hedef olarak seçmesi durumunu kapsayan modellerdir. Birinci model olarak isimlendirdikleri stokastik Lotka - Volterra modeli,

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - a_3 - b_1 P)H \tag{46}$$

$$\frac{dP}{dt} = (b_2 H + a_2 - a_4)P \tag{47}$$

5.11 ve 5.12 numaralı denklemlerde görülebilir. Modelde yer alan a_1 parametresi avın net doğum oranını, a_2 parametresi ise net ölüm oranını,

H av sayısını, P avcı sayısını, b_1 avcı kaynaklı av ölüm oranını, a_3 avın net ölüm oranını, b_2 avlanma kaynaklı avcı artış oranını ve a_4 avcı ölüm oranını göstermektedir. Birinci modeli, Klasik Lotka-Volterra modelinden ayıran şey, yaşam döngüsünde meydana gelen bir değişimin olasılıklara bağlı olmasıdır. İkinci modeli ise,

$$\frac{dH_1}{dt} = a_1 H_2 - H_1(b_1 P - b_3) \tag{48}$$

$$\frac{dH_2}{dt} = b_3 H_1 - a_3 H_2 \tag{49}$$

$$\frac{dP}{dt} = (b_2 H_1 + a_2 - a_4)P \tag{50}$$

5.13, 5.14 ve 5.15 numaralı denklemlerle belirtmişlerdir. İkinci model, avcının sadece genç avı hedef olarak seçmesi durumunu göstermektedir. Üçüncü model,

$$\frac{dH_1}{dt} = a_1 H_2 - b_3 H_1 \tag{51}$$

$$\frac{dH_2}{dt} = b_3 H_1 - H_2(a_3 - b_1 P) \tag{52}$$

$$\frac{dP}{dt} = (b_2 H_2 + a_2 - a_4)P \tag{53}$$

5.16, 5.17 ve 5.18 numaralı denklemleri ile gösterilmiştir. Üçüncü modelde, avcı üreme dönemindeki avı avlamaktadır. Av popülasyonu H_1 ve H_2 olarak iki gruba ayrılmıştır ve bu parametreler sırasıyla genç av ve genç avın b_3 oranında gelişim sergilemesi ile üreme dönemine geçişini göstermektedir. Üç modeli kıyaslayabilmek için başlangıç koşulları aynı seçilmiştir. Smith ve Mead, av popülasyonunun yaş grubuna göre ayrılmasının, modelin durağan olmasına katkı sağladığını ve en durağan olan modelin sadece genç avın hedeflemesi durumunda gerçekleştiğini belirtmişlerdir.

Kirlinger (1986) av ve avcı modelinde, türler arası rekabetin, tür içi rekabetten daha zayıf olması durumunda, iki popülasyon türününde hayatta kalması, her iki popülasyonun da durağan dengeye ulaşması ve popülasyon türlerinden birinin hayatta kalması durumu olmak üzere olası üç ilişkinin sözkonusu olduğunu belirtmiştir. Kirlinger, durağanlık kavramını modele dahil edilen canlı türlerinin hayatta kalması olarak tanımlamıştır. Kirlinger'in durağanlık tanımı tüm canlıların hayatta kalmasını içermesi nedeniyle bir çeşit daimilik durumunu da yansıtmaktadır. Yazar çalışmasında, iki tür av ve avcı grubundan oluşan av - avcı modelini,

$$\dot{x}_1 = x_1(r_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 - b_1y_1) \tag{54}$$

$$\dot{x}_2 = x_2(r_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - b_2y_2) \tag{55}$$

$$\dot{y}_1 = y_1(-c_1 + d_1x_1) \tag{56}$$

$$\dot{y}_2 = y_2(-c_2 + d_2x_2) \tag{57}$$

5.19-5.22 numaralı denklemleri ile tanımlamışlardır. Bu denklemlerde yer alan x_1 birinci tür av grubunu, x_2 ikinci tür av grubunu, y_1 birinci tür avcı grubunu, y_2 ikinci tür avcı grubunu ve a_{ij} ise j canlı türünün, i canlı türü büyüme oranına etkisini göstermektedir. Oluşturdukları bu modelde y_1 avcı türü sadece x_1 av türünü ve y_2 avcı türünün sadece x_2 av türünü avladığı varsayılmıştır. Kirlinger(1986) iki av ve iki avcı popülasyonundan oluşan dengenin daimi olabilmesi için $r_1 d_1 r_2 d_2 > r_1 c_1 d_2 a_{21} + r_2 c_2 d_1 a_{12}$ koşulunun sağlanması gerektiğini ve $r_1 d_1 r_2 d_2 < r_1 c_1 d_2 a_{21} + r_2 c_2 d_1 a_{12}$ durumunda ise elde edilecek dengenin daimi olmadığını ancak sürekli olduğunu belirtmiştir.

Kar (2005), işlevsel tepki fonksiyonunun Holling II türü olması ve avın göç edebilmesi durumunu dikkate aldığı av - avcı modeli,

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{\beta(1-m)yx}{1 + a(1-m)x} \tag{58}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y + \frac{c\beta(1-m)xy}{1 + a(1-m)x} \tag{59}$$

5.23 ve 5.24 numaralı denklemleriyle gösterilmiştir. Modelde yer alan x av popülasyonunu, y avcı popülasyonunu, γ avcı ölüm oranını, $\frac{\beta}{a}$ birim zamanda avcının tüketeceği maksimum av miktarını, c dönüşüm etkinliğini, m avın göç oranını göstermektedir. Göç oranını gösteren m parametresinin sabit olduğu ve [0,1) aralığında değer aldığı varsayılmıştır. m oranında av popülasyonunun göç etmesi, avlanabilecek miktarın $(1-m)x$ kadar olacağını göstermektedir. Modelin, denge noktasını bulabilmek için $\frac{dx}{dt}$ ve $\frac{dy}{dt}$ popülasyon denklemlerini sıfıra eşitlememiz gerekmektedir. İlk değerin av, ikinci değerin avcı popülasyonunu göstermesi ile (0,0), (k,0) ve

$\left(\frac{\gamma}{(c\beta-\gamma a)(1-m)}, \frac{\alpha c}{k}\left[\frac{k(c\beta-\gamma a)(1-m)-\gamma}{((c\beta-\gamma a)(1-m))^2}\right]\right)$ modelin denge noktalarını oluşturmaktadır. Üçüncü denge noktasının pozitif olabilmesi için $c\beta - \gamma a > 0$ ve $0 \leq m < 1 - \frac{\gamma}{k(c\beta-\gamma a)}$ koşullarının sağlanması gerekmektedir. Kar, çalışmasında pozitif değerden oluşan lokal asimtotik dengenin, aynı zamanda global asimtotik durağan olduğunu belirtmiştir.

Huang ve diğerleri (2006) işlevsel tepki fonksiyonunun Holling III türü ve avın göç edebilmesi durumunu av - avcı modeline entegre etmişlerdir. Yazarlar, göç parametresinin küçük bir değer alması durumunda model durağanlığının çok etkilenmediğini ancak göç parametresinin büyük bir değer alması durumunda popülasyonların zamana göre değişimini gösteren grafiğin, daha salınımlı olduğunu belirtmişlerdir.

Chaudri ve Ray (1996), avın göç edebilme durumunu dikkate aldıkları av - avcı modeli,

$$\frac{dx}{dt} = r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \alpha(x - K_0) - q_1 Ex \tag{60}$$

$$\frac{dy}{dt} = sy\left(1 - \frac{y}{L}\right) + m\alpha(x - K_0) - q_2 Ey \tag{61}$$

5.25 ve 5.26 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Bu modelde yer alan L parametresi avcı taşıma kapasitesini, K_0 göç edebilen av miktarını, α avlanma oranını, m dönüşüm etkinliğini, Ex ve Ey sırasıyla av ve avcı popülasyonu için avlanma çabasını, q_1 ve q_2 ise av ve avcı popülasyonunun yakalanabilirlik katsayısını göstermektedir. Optimal avlanma politikasının belirlenmesi için,

$$H = e^{-\delta t}[p_1 q_1 x(t) + p_2 q_2 y(t) - C]E + \lambda_1(t)\left[rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \alpha y(x - K_0) - q_1 E x\right] + B \tag{62}$$

$$B = \lambda_2(t)\left[sy\left(1 - \frac{y}{L}\right) + m\alpha(x - K_0)y - q_2 E y\right] \tag{63}$$

5.27 numaralı denklemde de görüldüğü gibi Hamiltonian problemi oluşturulur. Bu denklemde yer alan λ_i i=1,2 gölge fiyatları, C çaba başına sabit maliyeti göstermektedir. Hamiltonian probleminde yer alan λ_1 ve λ_2 parametlerinin zamana göre türevinin alınması ile denklem çözümü yapılmaktadır.

Chaudhri ve Ray çalışmalarında, avın göç etme durumunun modele dahil edilmesi ile avcı büyüme oranının azaldığını, optimal avlanma dengesinde gölge fiyatların sabit olduğunu, çaba başına düşen avlanma maliyetinin iskonto edilmiş gelecek dönem kârına eşit olduğunu belirtmişlerdir.

Dubey ve Hussain (2001) öz yayınımı, bir popülasyonun, yoğunluğun fazla olduğu bölgeden az olduğu bölgeye hareketi ve karşıt yayınımı ise iki canlı türünün bulunduğu bir bölgede, bir canlı türünün hareketini incelemek şeklinde tanımlamışlardır. Karşıt yayınım pozitif veya negatif olabilmektedir. Karşıt yayınımın pozitif(negatif) olması bir canlı türünün diğer canlı türünün az(yüksek) yoğunlukta bulunduğu bölgeye hareketi olarak belirtilmiştir. Bir canlı türünün yayınımı zaman ve mekana bağlı olarak değişim sergileyebilmektedir. Dubey ve Hussain, modellerinde avın karşıt yayınımının zamandan bağımsız ve avcının karşıt yayınımının zamana bağlı olduğunu varsaymışlardır. Öz ve karşıt yayınımın dikkate alındığı av - avcı modeli,

$$\frac{\partial x(u,t)}{\partial t} = xg(x) - yp(x) + D_{11}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + D_{12}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} \tag{64}$$

$$\frac{\partial y(u,t)}{\partial t} = y(-q(x) + cp(x)) + D_{22}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + D_{21}(t)\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} \tag{65}$$

5.29 ve 5.30 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Modelde yer alan $x(u,t)$ av popülasyonunun zamana göre değişimini, $y(u,t)$ avcı popülasyonunun zamana göre değişimini, $g(x)$ modelde avcı olmaması durumunda avın büyüme oranını, $p(x)$ avcı tepki fonksiyonunu, $q(x)$ avcı ölüm oranını, D_{11} ve D_{22} öz yayınım katsayılarını, D_{12} ve D_{21} ise sırasıyla av ve avcı popülasyonun karşıt yayınım katsayısını göstermektedir.

Dubey ve Hussain'in ilgili modelden elde ettiği temel sonuçları,

- Popülasyonların, av popülasyonunun yoğun olduğu yerde bulunması dengenin durağan olmasını,
- Avcının, avcı popülasyonunun yoğun olduğu yerde ve avın, avcı popülasyonunun az yoğun olduğu yerde bulunması dengenin durağan olmasını,
- Av, avcı yoğunluğunun az olduğu yerde ve avcı, av yoğunluğunun çok

olduğu yerde bulunması durumunda öz ve karşıt yayınım parametrelerinden bağımsız olarak dengenin sağlandığını,

- Karşıt yayınım parametresinin küçük olması durumu, sabit olmasına kıyasla modelin durağanlığına katkı sağladığını

özetle belirtebiliriz.

Mc Laughlin ve Roughgarden (1991), çevresel heterojenliği ve mekansal yayınımı av - avcı modeline entegre etmişlerdir. Çalışmalarında kullandıkları model,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = r(x)n - a(x)np + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \tag{66}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = b(x)np - c(x)p + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{67}$$

5.31 ve 5.32 numaralı denklemlerde görülmektedir. Modelde yer alan n av popülasyonu, p avcı popülasyonunu, D_n av yayınım katsayısını ve D_p ise avcı yayınım katsayısını göstermektedir. İlgili denklemlerde de görüleceği üzere av ve avcı popülasyonunun içsel büyüme oranı mekana bağlı olarak değişim sergilemektedir. Mc Laughlin ve Roughgarden çalışmalarında çevresel heterojenlik ve mekansal yayınım ile ilgili av ve avcının sabit olması durumu, avın sabit avcının hareketli olması durumu, avın hareketli avcının sabit olması durumu ve hem av hem de avcının hareketli olması durumu ile ilgili dört olasılık üzerinde durmuşlardır. Eğer her iki popülasyon da sabit ise yani popülasyona özgü davranışlar mekana bağlı olarak değişim sergilemiyor ise model sonuçları etkilenmemektedir. Eğer her iki popülasyonun yayınımı sıfırdan farklı ise avın yayınımı, yayınımın olmadığı duruma kıyasla av büyüme oranını azaltıcı etki yaratmaktadır. Av yayınım katsayısının artması, hem av hem de avcı popülasyonunun artmasına yol açmaktadır. Eğer her iki popülasyon hareketli ise model durağanlığının olumsuz etkileneceği belirtilmiştir.

Spencer ve Collie(1995), av - avcı modellerinde çevresel değişkenliği incelemişlerdir. Küçük çevresel değişimin popülasyon büyüme oranını etkilediğini ancak büyük ve sürekli olan çevresel değişimin ise popülasyon denge düzeyini etkilediğini belirtmişlerdir.

Rudnicki ve Pichór (2007), av - avcı modeline çevresel faktörleri stokastik pertürbasyon ile entegre etmiştir. Çevresel faktörlerin av - avcı oranına bağlı olduğu varsayılmıştır. Yazarlar, stokastik pertürbasyonun küçük olması durumunda genel av - avcı modeline benzediğini ve stokastik pertürbasyonun büyük olması durumunda ise modelin başlangıç değerinin tam olarak bilinememesine rağmen popülasyon büyüklüğünü elde etmenin olası olduğunu belirtmişlerdir.

Petrovskii ve Malchow (1999), av - avcı modelinin zaman - mekan işleyişinde, modelde belirtilen alanın belli bir değeri aşması durumunda, kaotik davranışın gözlemlenebileceğini belirtmişlerdir. Kaotik davranıştan kastedilen şey ise modele empoze edilen başlangıç değerlerinde yapılan küçük bir değişikliğin, modelde büyük değişikliklere yol açmasıdır.

Micheli ve diğerleri (2004) av - avcı modeli kullanarak koruma alanlarının, modelde yer alan popülasyon türlerine etkisini incelemişlerdir. Bu amaç doğrultusunda, modelde yer alan canlıları koruma alanında ve korunmasız alanda yer alanlar olmak üzere iki gruba ayırmıştır. Oluşturdukları av - avcı modeli,

$$N_R(t+1) = N_R(t)exp\left[\lambda\left(1 - \frac{N_R(t)}{rK}\right) - aP_R(t)\right] \tag{68}$$

$$L_R(t+h) = \alpha N_R(t)\left[1 - exp(-aP_R(t))\right] \tag{69}$$

$$P_R(t+1) = s\left[(1-\mu)L_R(t+h) + r\mu(L_R(t+h) + L_U(t+h))\right] \tag{70}$$

$$N_U(t+1) = \left(N_U(t)exp\left[\lambda\left(1 - \frac{N_U(t)}{(1-r)K}\right) - aP_U(t)\right]\right)(1-F_N) \tag{71}$$

$$L_U(t+h) = \alpha N_U(t)\left[1 - exp(-aP_U(t))\right] \tag{72}$$

$$P_U(t+1) = s[(1-\mu)L_U(t+h) + (1-r)\mu(L_R(t+h) + L_U(t+h))](1-F_P) \tag{73}$$

5.33 - 5.38 numaralı denklemlerde yer almaktadır. Bu modelde yer alan N av ve P avcı popülasyonunu, R koruma alanını, U korunmasız alanı göstermek için kullanılan alt indisi, μ avcı larvaların korumalı ve korumasız alandan ortak havuza dağılım oranını, r korumalı alana aktarılma oranını, F_N avlanmadan kaçan avın avlanma oranını, F_P olgun avcıların avlanma oranını, L_R koruma alanında yer alan avcı larva yoğunluğunu, λ av büyüme oranını, K av taşıma kapasitesini, a avcı saldırı oranını, α dönüşüm etkinliğini, s avcı larvanın hayatta kalma oranını göstermektedir. Modelde yer alan denklemlerde görüleceği üzere t, $t+1$, $t+h$ olmak üzere üç zaman dilimi sözkonusudur. Canlıların t döneminden $t+h$ dönemine kadar larva döneminde olduğu, $t+h$ döneminden $t+1$ dönemine kadar olgunluk döneminde olduğu belirtilmiştir. Micheli ve diğerlerinin oluşturdukları bu modelden ulaştıkları sonuçlar; avlanma yoğunluğu yada koruma alan büyüklüğünde meydana gelen değişikliğin popülasyon türlerinden birinin yoğunluğunu artırması durumunun diğer canlı türü üzerinde zararlı etkilerinin olduğu ve korumanın zararlı etkileri popülasyonların büyüme oranına, saldırı oranına, koruma alanı büyüklüğüne ve avlanma yoğunluğu gibi faktörlere bağlı olarak değişim göstereceğidir.

Deka ve diğerleri (2016) iki av ve bir avcı popülasyonundan oluşan av - avcı modelini incelemişlerdir. Av popülasyonu için türler arası rekabetin avcı popülasyonu için ise tür içi rekabetin sözkonusu olduğu varsayılmıştır. Modelden elde edilecek dengenin global durağan olmasının av türleri arasındaki rekabete bağlı olduğunu, avcı ölüm oranının belli bir eşik değerini aşması durumunun modelin durağanlığını etkilediğini belirtmişlerdir.

Tansky (1978) iki av ve bir avcıdan oluşan modelde avlanmanın manevra etkisini (switching effect) incelemiştir. Tansky, avlanmanın manevra kabiliyetini, avın düşük yoğunlukta olması durumunda, avlanma oranının azalacağını ve modelin durağan olmasına katkı sağlayacağını belirtmiştir.

6 Sonuç

Birinci proje raporunda belirtildiği üzere, balıkçılık sektöründe aşırı avlanma problemi sözkonusudur. Avlanma faaliyetinde bulunurken av ve avcı popülasyonunda meydana gelen değişimin incelenebilmesi, bu çalışmanın av - avcı modellerine ayrılmasını gerekli kılmıştır.

Av - avcı modellerinde, genellikle Lotka - Volterra modeli kullanılmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde Lotka - Volterra modelinden, av - avcı popülasyon dengesinin nasıl bulunacağından bahsedilmiştir. Ayrıca, Lotka - Volterra modeli kadar kullanılmasa da ikinci bölümde Nicholson - Bailey modeline de yer verilmiştir.

Av - avcı modelinde yer alan işlevsel tepki fonksiyonu, esas olarak avlanma miktarını göstermektedir. Literatürde yer alan çalışmalar işlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması, hem av hem de avcıya bağlı olması ya da av - avcı oranına bağlı olacağını belirtmiştir. Avlanacak miktarın sadece ava bağlı olması durumu, avcının avlanmada oynadığı rolün göz ardı edilmesine yol açmaktadır. Bu nedenle işlevsel tepki fonksiyonunun sadece ava bağlı olması durumu ütopik bir durum olarak düşünülmektedir. İşlevsel tepki fonksiyonunun av - avcı oranına bağlı olması ise diğer ütopik bir durumu yansıtmaktadır. Ancak, araştırmacılar, çeşitli kaynaklardan topladıkları datanın, işlevsel tepki fonksiyonunun av - avcı oranına bağlı olması durumunu daha iyi yansıttığı için çalışmalarda kullanıldığını belirtmektedirler.

Çalışmanın dördüncü bölümünde av - avcı modelinden elde edilen dengenin özelliklerinden bahsedilmiştir. Yapılan çalışmalar çoğunlukla dengenin durağan olması özelliği üzerinde durmuştur. Durağanlık, genel olarak modelin dengeye ulaşması ile popülasyon türlerinin yaşamlarına devam etmesi durumu olarak tanımlanmıştır. Genellikle av - avcı modellerinde üç denge sözkonusudur. Bu denge noktaları orijin, avcının modelde olmaması durumunda av popülasyonunun taşıma kapasitesine eşit olması durumu ve model parametreleri tarafından belirlenen modelin içsel çözüm kümesidir. Dördüncü bölümde yer alan literatür çalışmasına dayanarak, modelin içsel çözüm kümesinin pozitif olması durumunda, av - avcı model dengesinin durağan olduğunu söyleyebiliriz.

Çalışmanın son bölümünde ise temel Lotka - Volterra modeline entegre edilen yeni özellikleri konu alan literatür çalışmasına yer verilmiştir. Temel Lotka - Volterra modeli tek türden oluşan av - avcı popülasyonuna yer vermektedir.Bu nedenle temel Lotka - Volterra modelini gerçek dünyayı anlamak için yapılan basit ve anlaşılması kolay bir model olarak düşünebiliriz. Yapılan çalışmalar, iki av ve bir avcı popülasyonundan oluşması durumunu, çevresel heterojenliği, popülasyonların zaman - mekansal yayınımını, av - avcı popülasyonunun göç edebilme durumunu, sosyal planlayıcı çözümü vb. ile ilgilidir. Av - avcı modeli ile yapılan bu modifikasyonlar, gerçek dünyada gözlemlenen davranışların temel modelde yaratacağı etkinin belirlenmesi amacı ile oluşturulduğunu düşünebiliriz.

Sonuç olarak av - avcı modeli, popülasyonlar arası dinamiği gözlemlemek için oluşturulmaktadır. Modelde işlevsel tepki fonksiyonunun av - avcıya bağlı olması, oluşturulan modelin gerçekçiliğini olumlu bir şekilde etkileyecektir. Modelin başlangıç değerleri, göl gibi göçe kapalı olan alanlardan temin edilmesi gerekmektedir. Başlangıç değerlerinin modele olan duyarlılığını ölçmek için modele, duyarlılık analizinin yapılması gerekmektedir. Eğer oluşturulan model, sağlam bir model ise modelde yapılan küçük bir değişikliğin büyük etkilere yol açmaması gerekmektedir. Av - avcı modelleri ile ilgili olarak daha çok uygulamalı matematik alanında uzmanların çalışması, bu alanda yapılan çalışmaların daha çok matematik alanına yoğunlaşmasına, modelden elde edilen sonuçlar üzerinden bir politika yapılmamasına yol açmıştır. Dolayısıyla, bu alanda biyolog ve ekonomistlerin çalışması, yapılacak olan avlanmaya ilişkin bir politikada önemli rolü olacaktır.

A Birinci Proje Değerlendirme Raporu Özeti

114K957 numaralı Balıkçılık Sektörü İçin Piyasa Tasarımı Problemine Genel Bakış isimli ilk proje raporunda belirtildiği üzere, balıkçılık sektöründe aşırı avlanma problemi sözkonusudur. Balık kaynakları sınrlı olduğu için aşırı avlanma problemini çözmeye yönelik önlemlerin alınması gerekmektedir. Mesela balıçılık çabasına ve/veya avlanacak miktara sınırlama getirilebilmektedir. Ayrıca, devlet çeşitli müdahaleler uygulayarakta aşırı avlanma problemini çözmeye çalışmaktadır.

Aşırı avlanma problemi, balıkçılık sektöründe iktisatçılar ve biyologların ortaklaşa çalışmasını gerektirmektedir. Balık kaynaklarında sürdürülebilirliği sağlamak için eğer kota uygulaması yapılıyor ise kota, maksimum sürdürülebilir mahsul ya da maksimum ekonomik mahsul denge düzeyine tekabül eden avlanma miktarı olarak belirlenmelidir. Belirlenen miktarı ise sektörde faaliyet gösteren kişiler arasında, çeşitli kriterlere göre tahsis etmek gerekmektedir.

Maksimum sürdürülebilir mahsul avlanma düzeyi, balık stok büyüme oranının maksimum olduğu düzeye tekabül eden avlanma miktarına izin vermektedir. Maksimum ekonomik mahsul avlanma düzeyi ise ekonomik kârın maksimum olduğu denge noktasını göstermektedir. Bu iki kriterden birinin seçilmesi ile belirlenen kota, devlet veya başka bir kurum tarafından geçmişe bağlı orantılı dağılım, ihale yolu ile veya kota sahibi olmak isteyen kişi veya kurumlar arasında eşit dağıtılması şeklinde bir yaklaşım izlenebilmektedir.

Maksimum ekonomik mahsul kavramı, maksimum sürdürülebilir mahsul avlanma düzeyinden daha az avlanmaya izin vermekte ve kârın daha fazla olduğu denge noktasıdır. Dolayısıyla maksimum ekonomik mahsul düzeyinde avlanma, balık kaynaklarının sürdürülebilirliğine daha fazla katkı sağlamaktadır. Maksimum ekonomik mahsul ve maksimum sürdürülebilir mahsul denge noktasının nasıl belirlendiği ilk proje değerlendirme raporunda açıklanmıştır.

Balık kaynaklarının sürdürülebilirliğini sağlamak için balıkçılık çabasına, avlanmaya ilişkin zaman, mekân sınırlamaları getirilmektedir. Ayrıca, balıkçılık faaliyetlerinde bulunabilmek için lisans kısıtlaması da uygulanabilmektedir.

Devlet balıkçılık sektörüne dolaylı ya da dolaysız olarak müdahalede bulunabilir.Devlet tarafından balıkçılık sektörüne yapılacak uygulamalar akuakültür uygulamasını teşvik etmek, balıkçılığın reel maliyetini artırmak ve illegal avlanmayı engelleyici önlemler almak şeklinde belirtilebilir.

1983 yılı öncesinde balıkçılık politikası tarım politikası altında incelenmekteyken, daha sonra ayrı bir politika olarak ele alınmıştır. Ortak balıkçılık politikası, maksimum sürdürülebilir mahsul düzeyine denk gelen avlanma miktarını kota olarak belirlemektedir. Maksimum sürdürülebilir mahsul düzeyine denk gelen kota miktarı, Avrupa Birliği üye ülkelerine göreceli istikrar kriteri gözönünde bulundurularak dağıtılmaktadır.

Avrupa Birliği ortak balıkçılık politikasına çeşitli eleştiriler yöneltilmiştir. Yapılan eleştirilerin ortak yönü ise ortak balıkçılık politikasının siyasi amaçlarla belirlenen miktardan daha fazla avlanmaya izin vermesi ve aşırı avlanmanın engellenmesi yönünde bir fayda sağlamamasıdır. Ayrıca, ortak balıkçılık politikası şeffaflık içermediği için de eleştirilere maruz kalmıştır.

Türkiye'de balıkçılık sektörünün gelişimi 1970 - 1974 yılları arasında devlet önderliğinde gerçekleşmiştir. Yeni gemilerin inşa edilmesi ve balık bulucu cihazların temini için devlet tarafından subvansiyon verilmiştir. 1976 - 1980 dönemi arasında ise balıkçılık sektörünün devlet tarafından teşvik edilmesi kredi ile devam etmiştir. 1990 - 1994 yılları arasında ise balıkçılık ve buna bağlı yan sektörlere destek olmak için devlet tarafından sübvansiyon verilmiştir. 1997 yılında ise aşırı avlanma olgusunun önüne geçebilmek için yeni gemi inşasına yasak getirilmiştir. Yeni gemi inşasına ancak eski gemilerin piyasadan çekilmesi önkoşulu ile izin verilmiştir. Balık çiftçiliğini teşvik etmek için 2003 yılında devlet tarafından sübvansiyon verilmiştir ve sübvansiyon desteği 2006 yılına kadar devam etmiştir.

Türkiye'de balıkçılık sektörü ile ilgili yapılan çalışmalar, aşırı avlanma probleminden dolayı 1960'lı yıllarda palamut, atlantik uskumrusu gibi değerli balıkların avlanması ve daha sonraları ise hamsi, çaça gibi daha az değerli olan balıkların avlandığını belirtmektedir. Dolayısıyla, balıkçılık sektörünü 1960'lı yıllara kıyasladığımızda bir dönüşümün yaşandığı su götürmez bir gerçektir. Son zamanlarda Türkiye'de hamsi avcılığı yaygındır ve bu nedenle balıkçılık sektöründeki değişim avlanan hamsi miktarındaki değişimden kaynaklanmaktadır.

Türkiye'de aşırı avlanma olgusunun nedenini, balıkçılık sektörünün devlet tarafından desteklenmesi ile ilişkilendiren makaleler mevcuttur. Ayrıca, aşırı avlanma olgusunun nedenini endüstriyel ve teknolojik gelişme ile açıklayan çalışmalar da mevcuttur. Bunlara ek olarak av yasaklarına uyulmaması, ülke gelirine katkısı az olduğu için ihmal edilen bir sektör olduğuna dair görüşler de mevcuttur.

Türkiye'de balıkçılık sektöründe faaliyet gösteren kişiler tarafından alınan vergi nedeniyle avlanılan miktarın gerçeği yansıtmadığı belirtilmiştir. Bu durum sadece ülkemizde geçerli olan bir problem değildir. Avrupa Birliği'ne üye ülkelerde de avlanılan miktarın gerçeği yansıtacak şekilde kayıt altına alınmadığı belirtilmektedir.

Türkiye'nin Avrupa Birliğine üye olması aynı zamanda Türkiye balıkçılık sektörünün ortak balıkçılık politikasına uyumlaştırılmasını gerektirmektedir. Aşırı avlanma probleminin ortadan kaldırılmasını sağlamak amacıyla, Türkiye'de devlet tarafından balıkçılık sektörüne verilen sübvansiyon ve teşviklerin ortadan kaldırılması, Avrupa Birliği üyeliği için gerekli koşullardandır. Ayrıca, avlanılan balıkları bilgisayar ortamında kayıt altına almak ve veri sisteminin Avrupa Birliği istatistik veritabanı ile uyumlu olması da Avrupa Birliği için gerekli koşullardandır. Bütün bunlara ilaveten Türkiye'nin ortak balıkçılık politikasına entegrasyonu kapsamında avlanma çabasının sınırlandırılması, toplam avlanabilir miktar ve optimal balıkçılık filosunun hesaplanması gerekmektedir.

Balıkçılık sektörü ile ilgili farklı ülke gözlemlerine baktığımızda sektöre girebilmek için çeşitli giriş engelleri sözkonusudur. Mesela İspanya'da balıkçılık birliğine üye olmak, balıkçılık sektöründe faaliyet gösterebilmek için gerekli önkoşuldur. Balıkçılık yönetimi ise merkezi ve yerel yönetim tarafından gerçekleşebileceği gibi bireylerin sorumluluk ve hak bilinçlerinin çok geliştiği ülkelerde mesela Norveç'te balıkçılık sektörünün yönetimi, sektörde faaliyet gösteren kişilerin insiyatifine bırakılmıştır.

Balıkçılık sektörü hakkında genel bir değerlendirme yapabilmek için geleneksel ve ekosistem yaklaşımlarından faydalanılmaktadır. Geleneksel yaklaşım tek bir balık türüne yoğunlaşmaktadır. Bu durumun nedeni ise bir balık türünde görülecek bir değişimin diğer balık türlerine de yansıyacağı düşüncesidir. Geleneksel balıkçılık yönetimi balık stoklarında mevcut olan belirsizlikler, kısa vadeli amaçlara öncelik verilmesi ve kurumsal zayıflıklar gibi nedenlerle yeni bir yaklaşımın yani ekosistem yaklaşımının ortaya çıkmasına yol açmıştır.

Ekosistem yaklaşımı altında balıkçılık, ekosistemin bir bütün olarak ele alınmasını gerektirmektedir. Bu yaklaşımın temel amacı ekosistemin sağlıklı ve sürdürülebilir işlerliğine zarar vermeden avlanma faaliyetlerinin gerçekleştirilmesini sağlamaktır.

Ekosistem yaklaşımı altında balıkçılık yönetimi üç aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada balıkçılık yönetim amaçları belirlenmelidir. İkinci aşamada amaçların gerçekleşme düzeyi belirlenmelidir. Ve üçüncü aşamada ise ekosistemi dikkate alan balıkçılık yönetiminin tahsis edilmesi gerekmektedir.

Ekosistem yaklaşımını dikkate alan balıkçılık yönetiminde üç politika uygulanmaktadır. Bu politikalar; hedeflenen balık türünün ekosistem üzerindeki etkisi belirlenemiyorsa toplam avlanabilir miktar ve balıkçılık çabasının artmasına balıkçılık yönetimi tarafından izin vermemek, ihtiyati yaklaşım uygulamak ve son olarak ekosistemde meydana gelen değişmelere karşılık sigorta uygulamaktır.

Kaynakça

[1] Abrams, P., (2000). The Evolution of Predator-Prey Interactions: Theory and Evidence. *Annual Review of Ecology and Systematics*, 31, 79-105.

[2] Akçakaya, H.R., Arditi, R. v.dğr., (1995). Ratio - Dependent Predation: An Abstraction That Works. *Ecology*, 76(3), 995-1004.

[3] Aljetlawi, A., Sparrevik, E.,v.dğr.,(2004). Prey-Predator Size-Dependent Functional Response: Derivation and Rescaling to the Real World. *Journal of Animal Ecology*, 73, 239-252.

[4] Arditi, R., Ginzburg, L.R., (1989). Coupling in Predator - Prey Dynamics: Ratio Dependence. *Journal of Theoretical Biology*, 139, 311-326.

[5] Chaudhuri, K.S., Ray, S.S.,(1996). On the Combined Harvesting of a Prey-Predator System. *Journal of Biological Science*, 4(3), 373-389.

[6] Comins, H.N., Blatt, D.W.E.,(1974). Prey-Predator Models in Spatially Heterogenous Environments. *Journal of Theoretical Biology*, 48, 75-83.

[7] Danca, M., Codreanu, S., v.dğr.,(1997). Detailed Analysis of A Nonlinear Prey-Predator Model.*Journal of Biological Physics*, 23, 11-20.

[8] Deka, B.D., Patra, A. v.dğr.,(2016). Stability and Hopf-Bifurcation in a General Gauss Type Two-Prey and One Predator System. *Applied Mathematical Modelling*, 40, 5793-5818.

[9] Dubey, B., Hussain, B.D.,(2001). A Predator-Prey Interaction Model with Self and Cross Diffusion. *Ecological Modelling*, 141, 67-76.

[10] Ekoloji Laboratuar Kitabı(2006). *http://yunus.hacettepe.edu.tr/ cagasan/Documents/*,Erişim Tarihi: Temmuz 2016.

[11] Ginzburg, L.R., Akçakaya, H.R., (1992). Consequences of Ratio Dependent Predation for Steady-State Properties of Ecosystems. *Ecology*, 73,1536–1543.

[12] Huang, Y., Chen, F., v.dğr.,(2006). Stability Analysis of a Prey - Predator Model with Holling Type III Response Function Incorporating a Prey Refuge. *Applied Mathematics and Computation*, 182, 672 - 683.

[13] Hsu, S.B., Huang, T.W.,(1995). Global Stability for a Class of Predator-Prey Systems. *Journal of Applied MAthematics* 55(3), 763-783.

[14] Kar, T.K., (2005). Stability Analysis of a Prey-Predator Model Incorporating a Prey Refuge. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 10, 681 - 691.

[15] Kirlinger, G.,(1986). Permanence in Lotka-Volterra Equations: Linked Prey-Predator Systems. *Mathematical Biosciences*, 82, 165-191.

[16] Ko, W., Ryu, K.,(2006). Qualitative Analysis of a Predator-Prey Model with Holling Type II Functional Response Incorporating a Prey Refuge.*Journal of Differential Equaitons*, 231, 534-550.

[17] Lima, S.L.,(2002). Putting Predators Back into Behavioral Predator-Prey Interactions. *Trends in Ecology and Evolution*, 17(2), 70-75.

[18] McLaughlin, J.F., Roughgarden, J.,(1991). Pattern and Stability in Predator - Prey Communities: How Diffusion in Spatially Variable Environments Affects the Lotka - Volterra Model. *Theoretical Population Biology*, 40, 148-172.

[19] Murdoch, W.W., Oaten, A.S.,(1989). Aggregation by Parasitoids and Predators: Effects on Equilibrium and Stability. *The American Naturalist*, 134(2), 288 - 310.

[20] Micheli, F., Amarasekare, P. v.dğr.,(2004). Including Species Interactions In the Design and Evaluation of Marine Reserves: Some Insights From a Predator - Prey Model.*Bulletin of Marine Science*, 74(3),653-669.

[21] Myerscough, M.R., Darwen, M.J., v.dğr.(1996). Stability, Persistence and Structural Stability in a Classical Predator-Prey Model. *Ecological Modelling*, 89, 31-42.

[22] Okuyama, T., Ruyle, R.L.,(2011). Solutions for Functional Response Experiments.*Acta Oecologica*, 37, 512-516.

[23] Petrovskii, S.V., Malchow, H.,(1999). A Minimal Model of Pattern Formation in A Prey-Predator System.*Mathematical and Computer Modelling*, 29, 49-63.

[24] Piana, P.A., Gomes, L.C. v.dğr.,(2006).Comparison of Predator-Prey Interaction Models for Fish Assemblages From the Neotropical Region.*Ecological Modelling*, 192, 259-270.

[25] Pulley, L.C.,(2011). Analyzing Predator-Prey Models Using Systems of Ordinary Linear Differential Equations. *Honors Theses, Paper 344*, Erişim Tarihi: Haziran 2016.

[26] Rudnicki, R., Pichór, K., (2007). Influence of Stochastic Perturbation on Prey-Predator Systems. *Mathematical Biosciences*, 206, 108-119.

[27] Sih, A.,(1984). The Behavioral Response Race Between Predator and Prey. *The American Naturalist*, 123(1), 143-150.

[28] Smith, R.H., Mead, R.,(1974). Age Structure and Stability in Models of Prey - Predator Systems. *Theoretical Population Biology*, 6, 308-322.

[29] Spencer, P.D., Collie, J.S.,(1995). A Simple Predator-Prey Model of Exploited Marine Fish Populations Incorporating Alternative Prey. *Journal of Marine Science*, 53, 615 - 628.

[30] Ströbele, W.J., Wacker, H.(1994). The Economics of Harvesting Predator-Prey Systems. *Journal of Economics*, 61(1), 65-81.

[31] Tang, H., Liu, Z.,(2016). Hopf Bifurcation for a Predator-Prey Model with Age Structure, *Applied Mathematical Modelling*, 40, 726-737.

[32] Tansky, M.,(1978). Switching Effect in Prey-Predator System. *Journal of Theoretical Biology*, 70, 263-271.

[33] Yodzis, P.,(1994). Predator - Prey Theory and Management of Multispecies Fisheries. *Ecological Applications*, 4(1), 51-58.